ボクセル情報を用いた血流数値シミュレーション

Blood Flow Analysis Using Voxel Information

理化学研究所情報基盤研究部情報環境室
松永 奈美・劉 浩・姫野 龍太郎

2002年8月1日（木）
理研シンポジウム 生体力学シミュレーション研究

研究背景

【血流解析の難しさ】

- 循環器系における血管は複雑な構造（曲がり，ねじり，狭窄など）をもつ
- 血管モデルの作成とメッシュ分割に手間と時間がかかる場合がある

研究背景

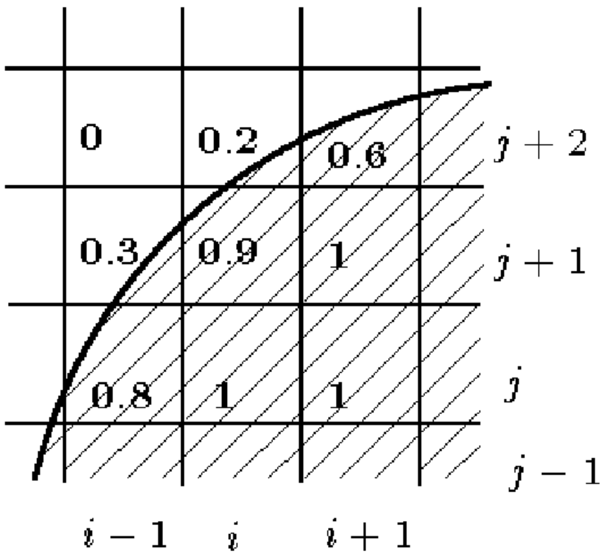
【血流解析の難しさ】

- 循環器系における血管は複雑な構造（曲がり，ねじり，狭窄など）をもつ
- 血管モデルの作成とメッシュ分割に手間と時間がかかる場合がある

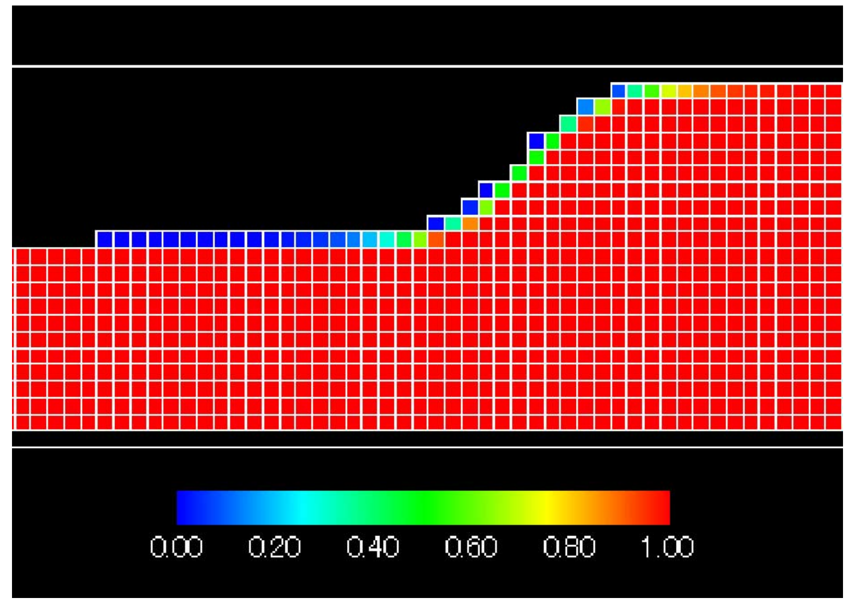
【本研究の目的】

MRI や CT 等から得られる医療画像データのイメージ情報を生かして，直交座標系において血流解析を行いたい．

• ボクセル情報



(a) Voxel data



(b) Voxel image

Fig. 1: Voxel data and image

ボクセル情報からの領域認識

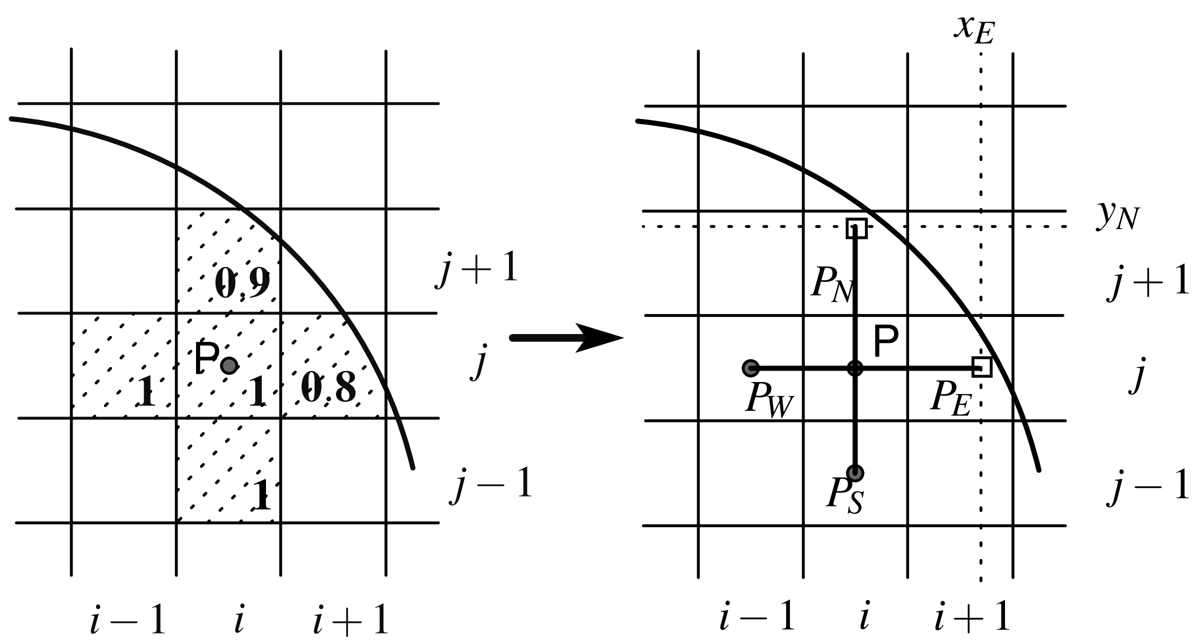


Fig. 2: Transformation

ボクセル上の関数値 V **を用いて，境界点** P_E **の座標を**

$$(x_E, y_E) = (ih + h_E, jk)$$

と定める（Hirt **ら** (1981)**）．ただし，**$h_E = (0.5 + V(P_E))h$**．**

基礎方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t}St = F_u - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t}St = F_v - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad D := \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

ただし, (u, v) は速度，p は圧力，St はストローハル数を表し，F_u，F_v は流束項とし

$$F_u := -u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$F_v := -u\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

で定義する．Re はレイノルズ数を表す．

計算方法

- 全て領域内の格子点上および境界点上に未知数 u、v，p を置く．
- 速度-圧力のカップリング形式を採用．
- 離散化に対しては，基本的には西田の方法 (1996) に従った．
- 境界に隣接した点での微分項の計算に対しては近傍点局所選点法（中野ら (1995)）を用いた．

RIKEN

- 圧力の Poisson 方程式に対しては SOR 法を用いた．
- 時間方向には，流束項に対しては 2 次の Adams-Bashforth 法、その他の項に対しては 1 次の前進 Euler 法を適用．
- 移流項には風上差分を考慮．
- 圧力に関する境界条件は，Nuemann 条件と基礎方程式と組み合わせた方法を採用した．

例1．狭窄部および拍動流を伴う場合

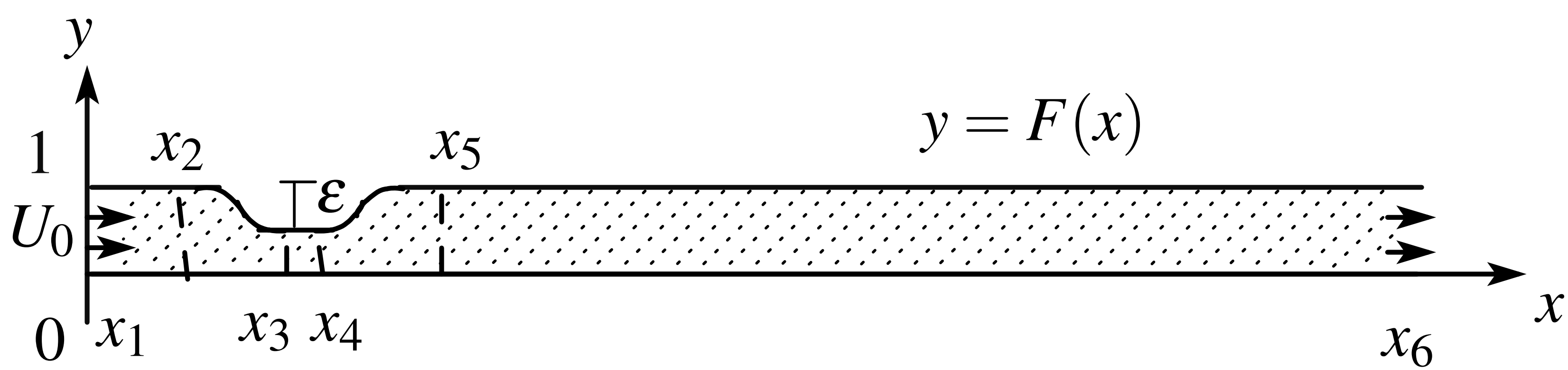


Fig. 3: Computational stenosis models

• 上部の形状関数 $F(x)$

$$F(x) = 1 - G(x)$$

ただし，

$$
\begin{aligned}
G(x) &= 0 && (x_1 < x < x_2),\\
G(x) &= 0.5\varepsilon\{1 + \tanh\alpha(x - x_a)\} && (x_2 \le x \le x_3),\\
G(x) &= \varepsilon && (x_3 < x < x_4),\\
G(x) &= 0.5\varepsilon\{1 - \tanh\alpha(x - x_b)\} && (x_4 \le x \le x_5),\\
G(x) &= 0 && (x_5 < x < x_6)
\end{aligned}
$$

かつ，

$$\alpha = 4.14, \quad x_a = (x_2 + x_3)/2, \quad x_b = (x_4 + x_5)/2.$$

• 流入速度

また，流入条件としては次の 2 種類の流速を与える (Fig. 4 を参照)．

$$U_0(t) = \begin{cases} 0.5(1-\cos(2\pi t)) & \text{(Sinusoidal)}, \\ 0.251 + 0.290(\cos\varphi + 0.97\cos 2\varphi \\ \quad +0.47\cos 3\varphi + 0.14\cos 4\varphi) \\ & \text{(Non-sinusoidal)} \end{cases}$$

ただし，$\varphi = 2\pi t - 0.14142$ である．

• 流入速度 U_0 のグラフ

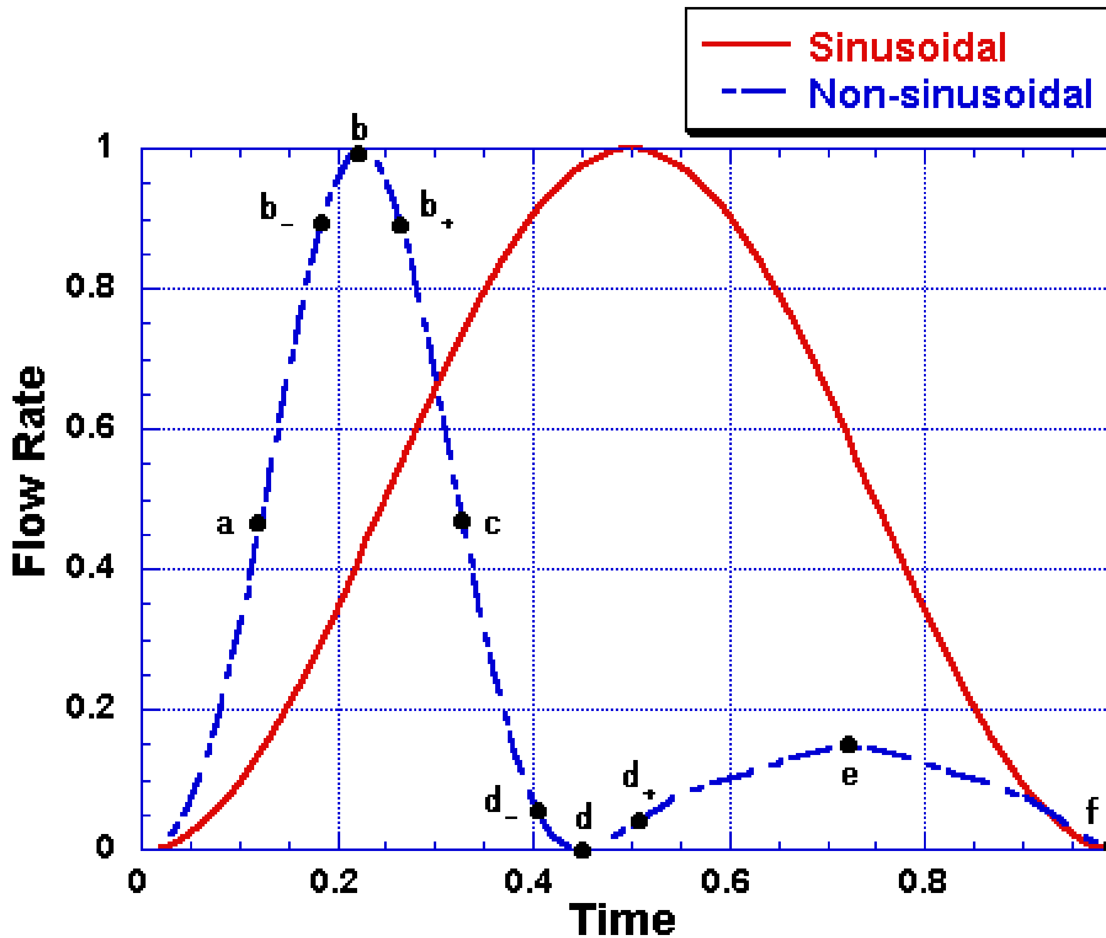


Fig. 4: Graph of incoming flows

狭窄部および拍動流を伴う場合の計算結果

ここでは，

$$\mathrm{Re} = 750，St = 0.024，\varepsilon = 0.5$$

$h = k = 0.05$，$\Delta t = 0.00125$，8000 step（1 周期分）

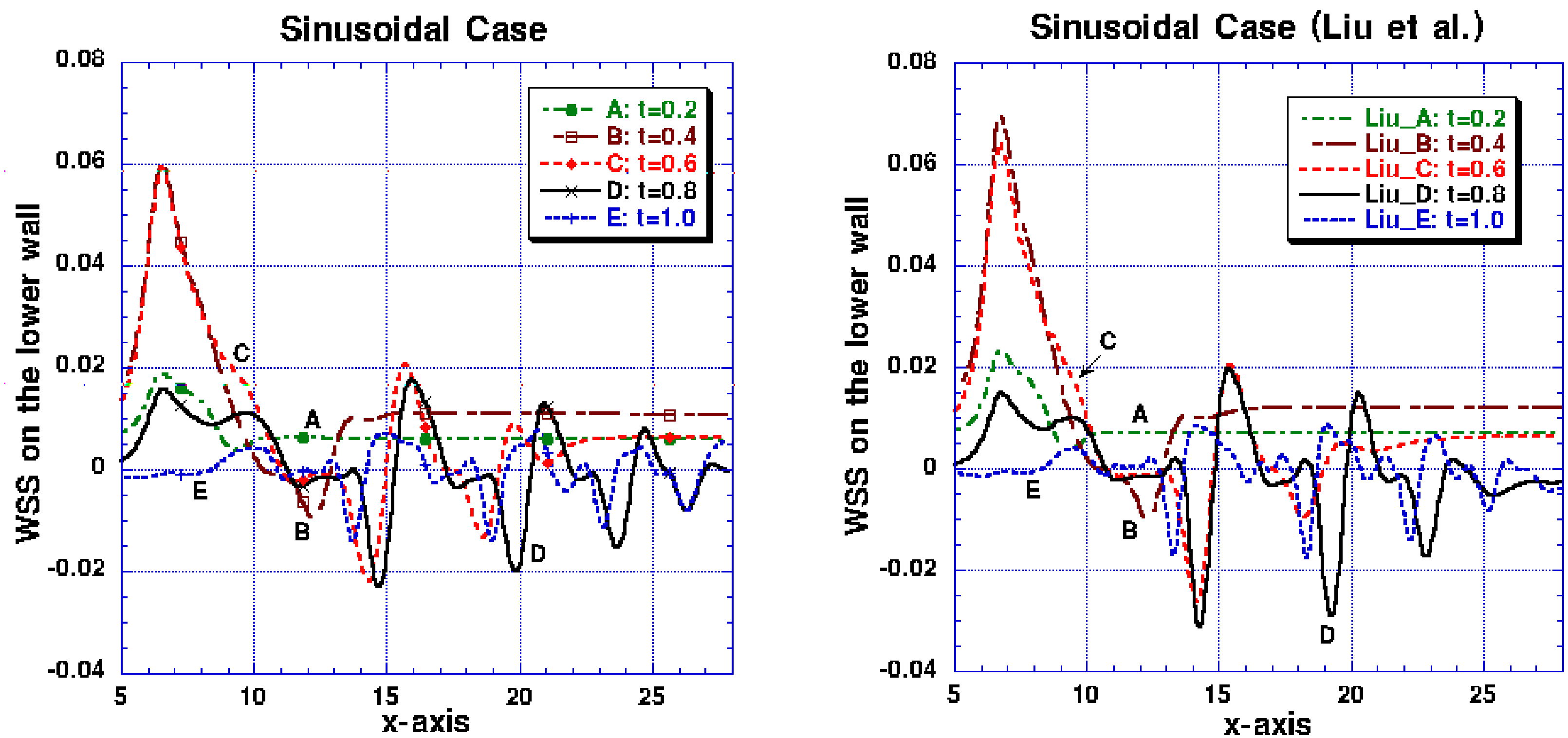
$$x_1 = 0.0,\ x_2 = 5.0,\ x_3 = x_4 = 7.5,\ x_5 = 10.0,\ x_6 = 28.0$$

とおいて計算を行った．

【境界条件】

- **固定壁上**: the no-slip **条件**
- **流入条件**: $(u, v) = (U_0, 0)$
- **流出条件**: $\partial u/\partial x = 0,\ \partial v/\partial x = 0,\ \partial U_0/\partial t \cdot St = -\partial p/\partial x$

• 下壁におけるずり応力分布（Sinusoidal の場合）

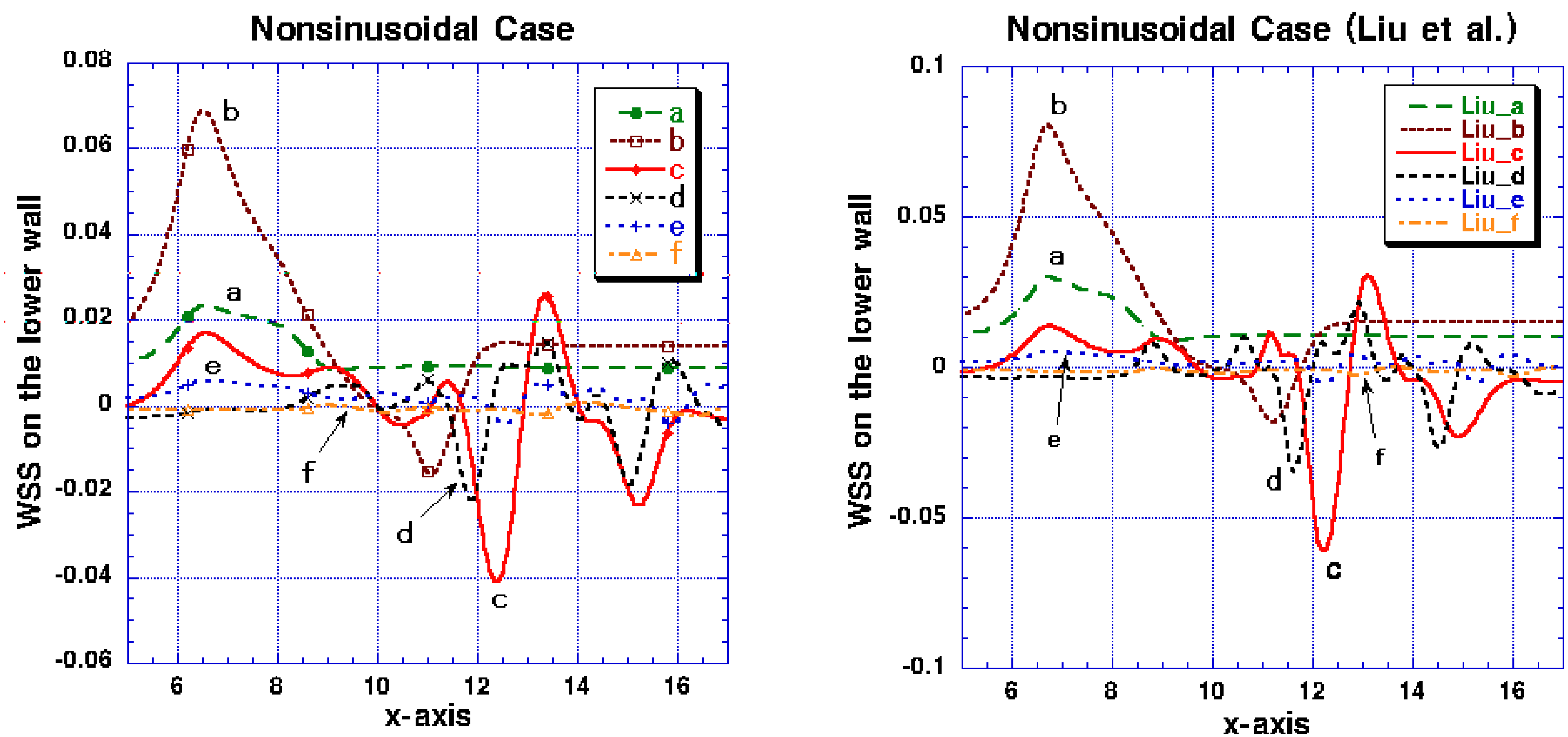


(a) Present work (b) Liu et al. (2001)

Fig. 5: WSS at $\mathrm{Re} = 750$ and $St = 0.024$ with $\varepsilon = 0.5$ in the sinusoidal case

RIKEN

• 下壁におけるずり応力分布（Non-sinusoidal の場合）

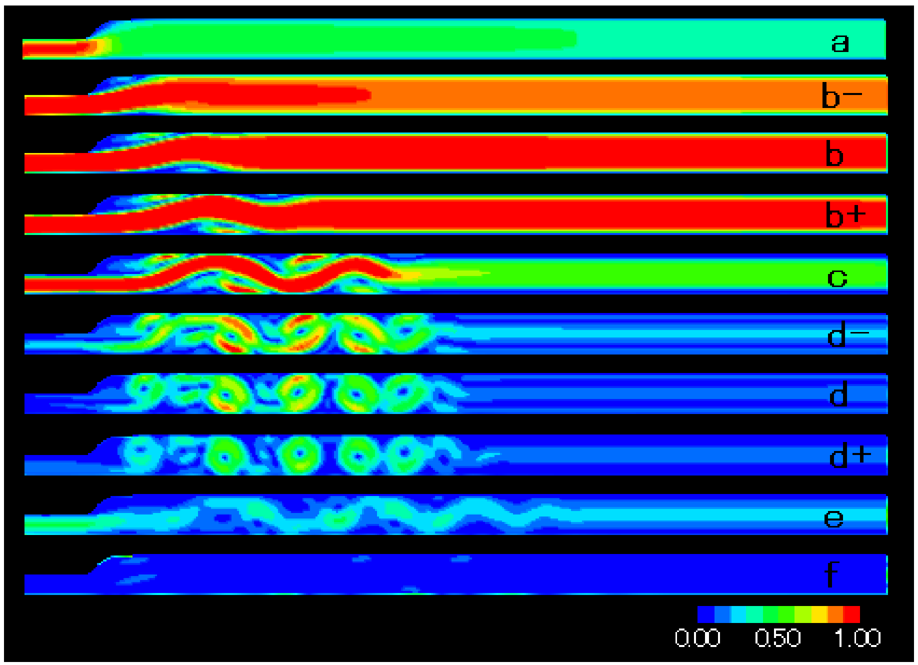


(a) Present work　　(b) Liu et al. (2001)

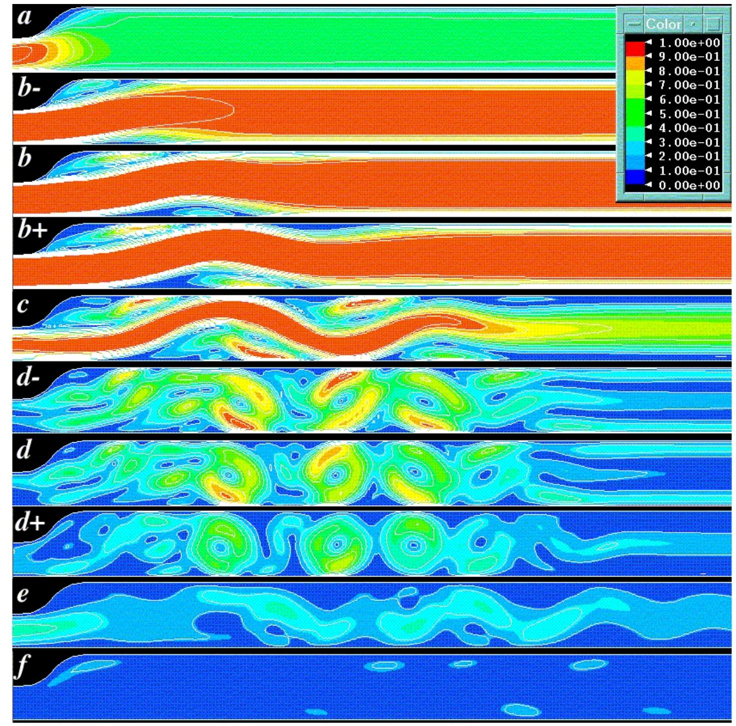
Fig. 6: WSS at $\mathrm{Re} = 750$ and $St = 0.024$ with $\varepsilon = 0.5$ in the non-sinusoidal case

RIKEN

Non-sinusoidal の場合の速度分布



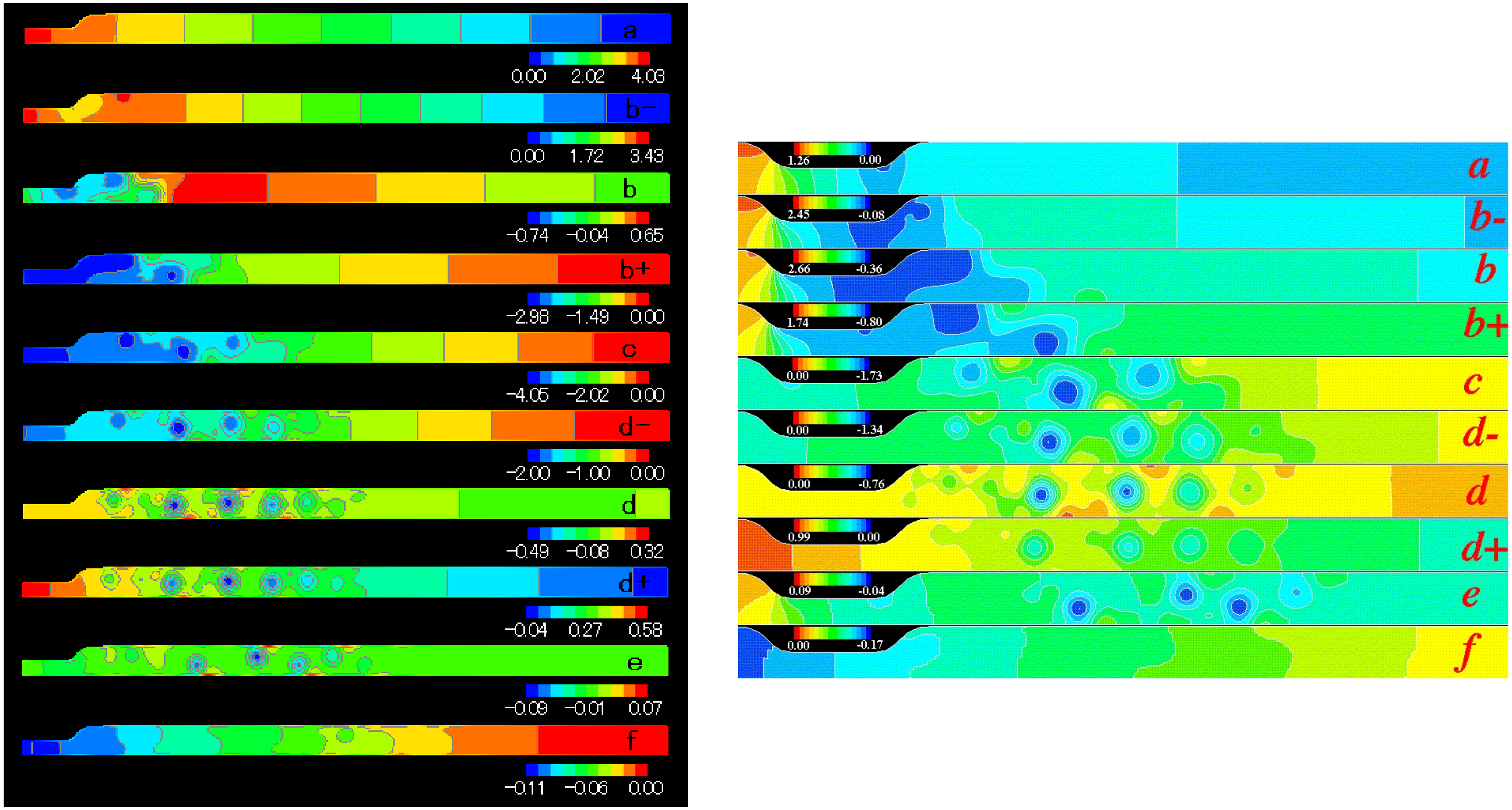
(a) Present work



(b) Liu et al.(2001)

Fig. 7: Iso-velocity contours at $\mathrm{Re} = 750$ and $St = 0.024$ with $\varepsilon = 0.5$ in the non-sinusoidal case

Non-sinusoidalの場合の圧力分布



(a) Present work (b) Liu et al.(2001)

Fig. 8: Pressure contours at $\mathrm{Re} = 750$ and $St = 0.024$ with $\varepsilon = 0.5$ in the non-sinusoidal case

例2．振動壁を伴う場合

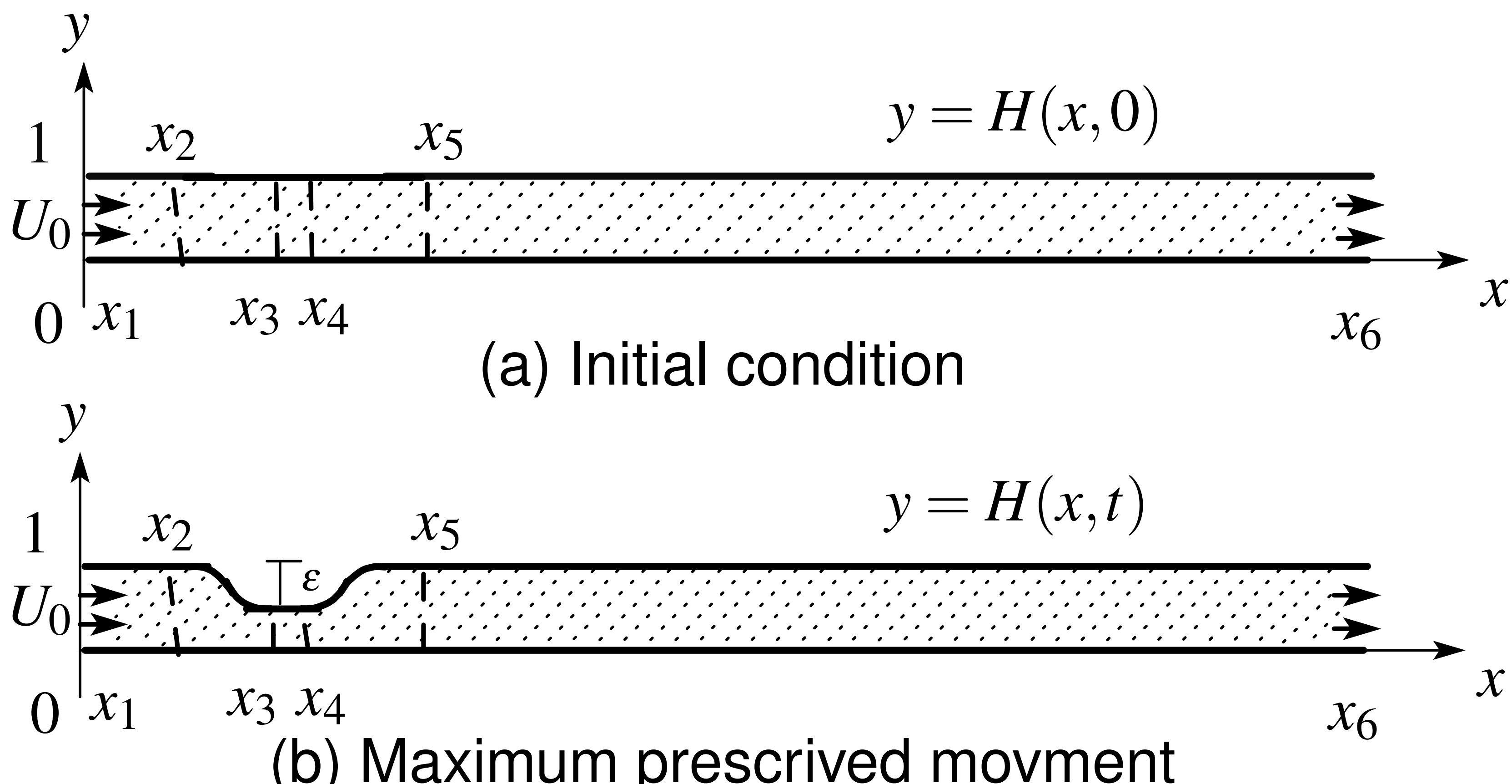


Fig. 9: Computatinal stenosis models

• 上部の形状関数 $H(x,t)$

$$H(x,t) = 1 - G(x)T(t)$$

ただし，

$$
\begin{aligned}
G(x) &= 0 && (x_1 < x < x_2), \\
G(x) &= 0.5\varepsilon\{1 + \tanh\alpha(x - x_a)\} && (x_2 \le x \le x_3), \\
G(x) &= \varepsilon && (x_3 < x < x_4), \\
G(x) &= 0.5\varepsilon\{1 - \tanh\alpha(x - x_b)\} && (x_4 \le x \le x_5), \\
G(x) &= 0 && (x_5 < x < x_6)
\end{aligned}
$$

かつ

$$T(t) = 0.5(1 - \cos 2\pi t)$$

とする．また，$\alpha = 4.14$, $2x_a = x_2 + x_3$，$2x_b = x_4 + x_5$．

RIKEN

• 境界近くでの各値の取り扱い

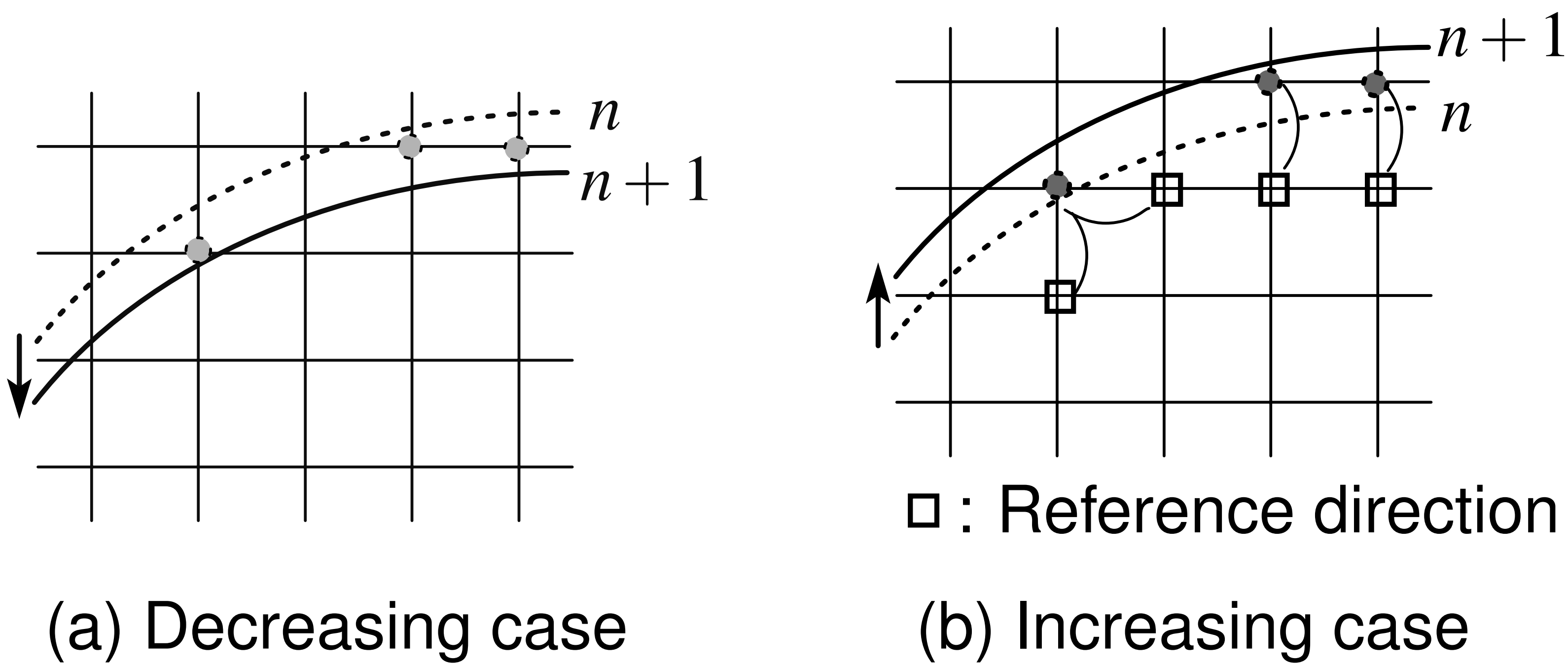


Fig. 10: The values at grid points near the boundary

振動壁の場合の計算結果

$\mathrm{Re} = 300,\ St = 0.057$，$\varepsilon = 0.4$

$h = k = 0.05$，$\Delta t = 0.0002$，5000 step （1 周期分）

$x_1 = 0.0,\ x_2 = 3.0,\ x_3 = 5.5,\ x_4 = 13.5,\ x_5 = 16.0,\ x_6 = 28.0$

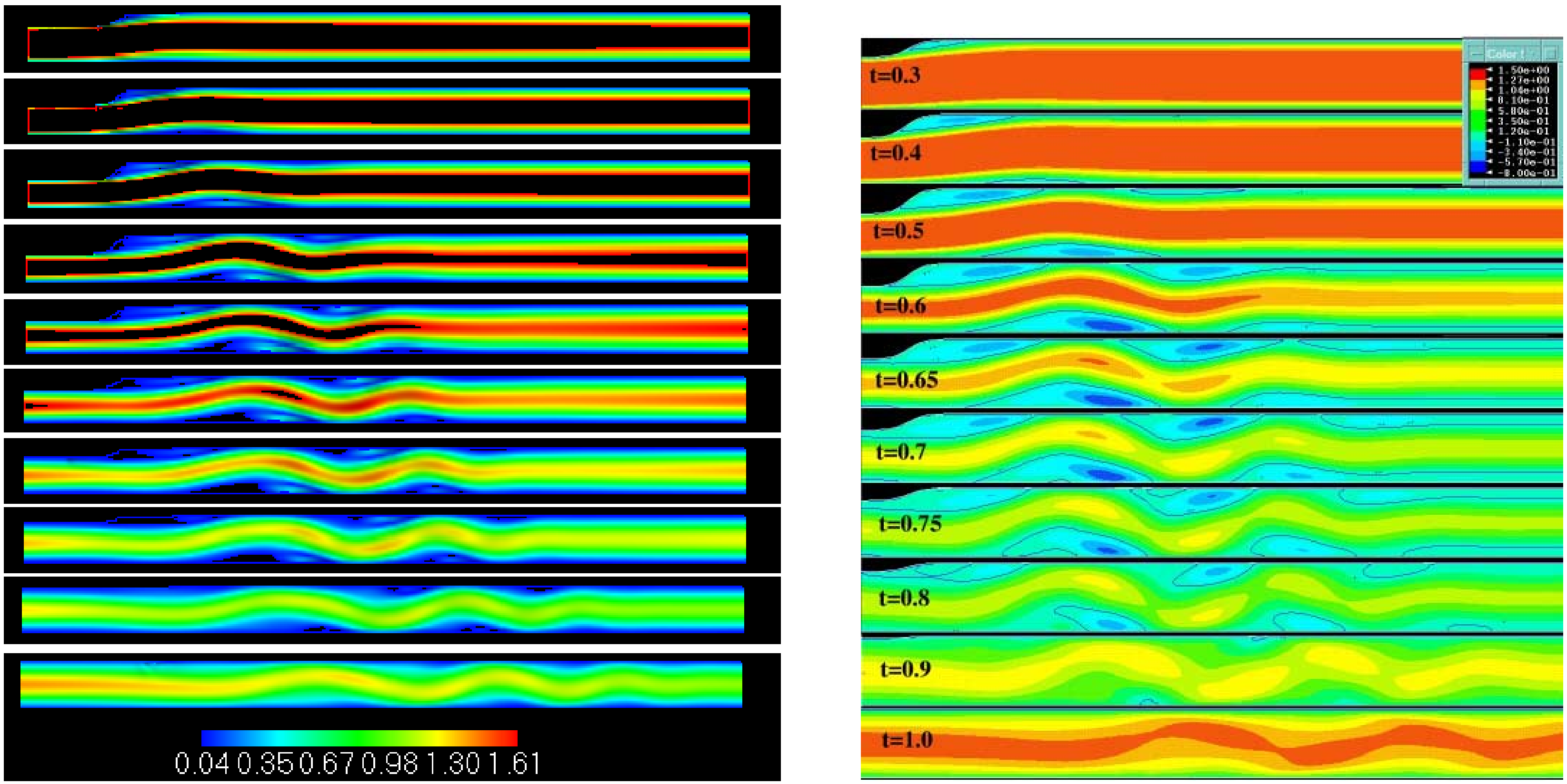
とおいて計算を行った．

【境界条件】

- **上部壁上**: $(u, v) = (0, St \cdot \partial H(x,t)/\partial t)$
- **下部壁上**: the no-slip **条件**
- **流入条件**: $(u, v) = (U_0, 0)$ （U_0: Poiseuille **流れ**）
- **流出条件**: $\partial u/\partial x = 0,\ \partial v/\partial x = 0$

また、初期条件 $(t = 0)$ は $(u, v) = (U_0, 0)$ とした．

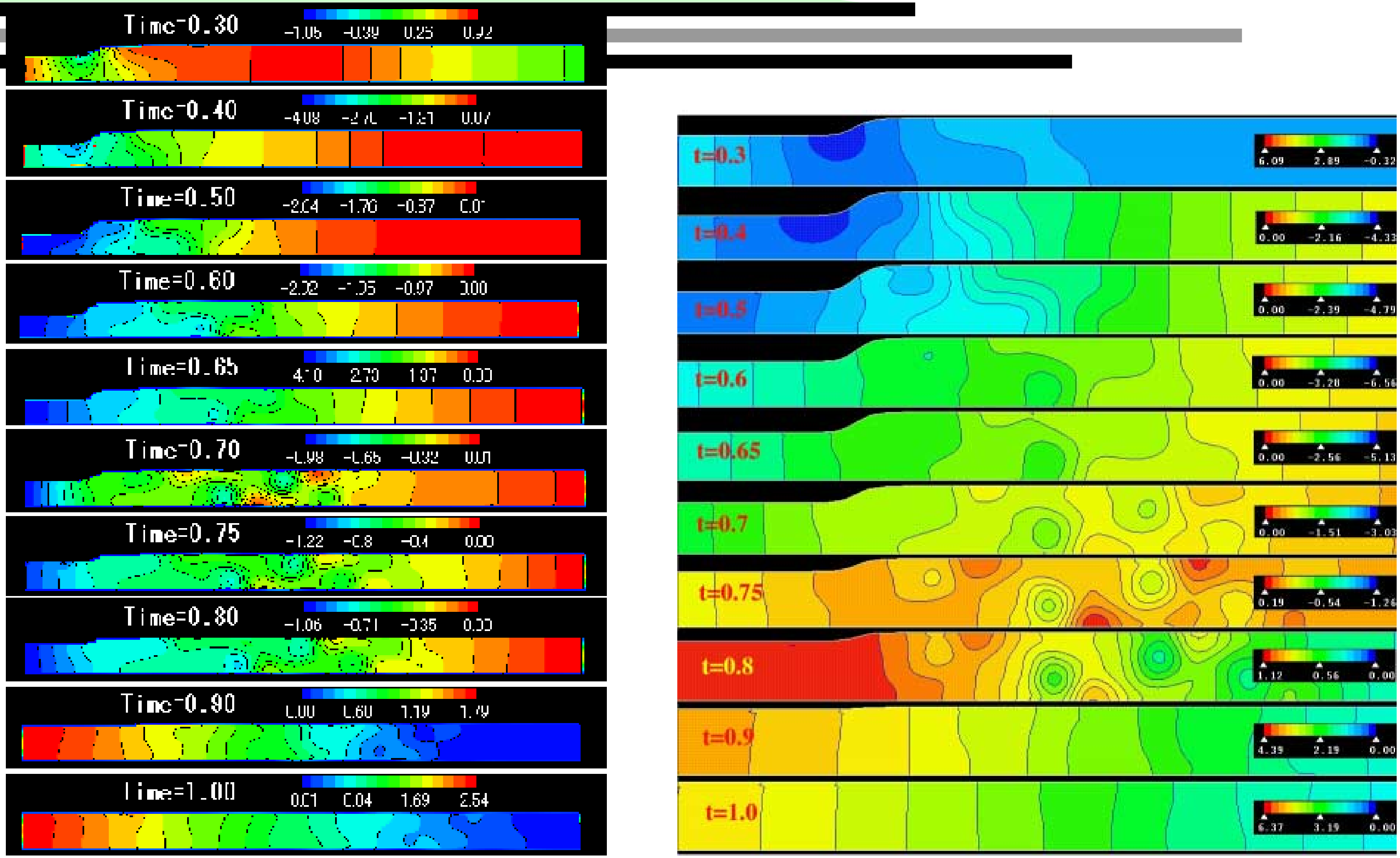
• 振動壁の場合の速度分布



(a) Present work (b) Liu et al.(2000)

Fig. 11: Iso-Velocity contours at $\mathrm{Re} = 300$ and $St = 0.057$ with $\varepsilon = 0.4$

• 振動壁の場合の圧力分布



(a) Present work (b) Liu et al.(2000)

Fig. 12: Pressure contour at $\mathrm{Re} = 300$ and $St = 0.024$ with $\varepsilon = 0.4$

まとめ

- 狭窄部および拍動流を伴うの場合、および 振動壁を伴うの場合に対してボクセル情報を元にして直交座標系を用いて計算を行ったが，いずれにおいても渦流れの様子を捉えていることが確認できた．
- ずり応力においても，我々の方法を用いても十分に予測することができることが確認された．
- 今後は実際の医療画像データを元にして，血流解析を行っていく予定である．

移流項の離散化

- **点 $P_{i+1/2,j}$ における移流項の計算**

$$
u\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{i+\frac{1}{2},j} \approx \begin{cases} u_{i+\frac{1}{2},j}\cdot\dfrac{2d_{1+}+3d_0-6d_{1-}+d_{2-}}{6h} & u_{i+\frac{1}{2},j}>0 \\ u_{i+\frac{1}{2},j}\cdot\dfrac{-d_{2+}+6d_{1+}-3d_0-2d_{1-}}{6h} & u_{i+\frac{1}{2},j}\le 0 \end{cases}
$$

ただし，

$$
d_{2-}=\frac{u_{i-2,j}+u_{i-1,j}}{2} \qquad d_{1-}=\frac{u_{i-1,j}+u_{i,j}}{2} \qquad d_0=\frac{u_{i,j}+u_{i+1,j}}{2}
$$

$$
d_{1+}=\frac{u_{i-1,j}+u_{i+2,j}}{2} \qquad d_{2+}=\frac{u_{i-2,j}+u_{i+3,j}}{2}
$$

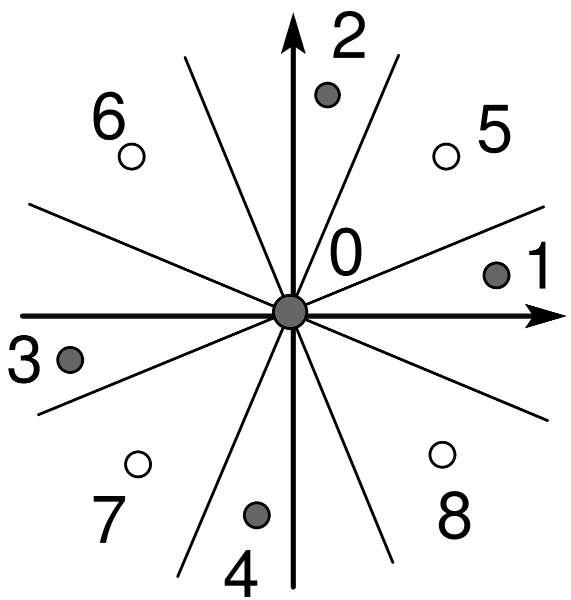
$\Leftarrow$

- **境界の近くでの移流項の計算**

$$u\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{i+\frac{1}{2},j} \approx u_{i+\frac{1}{2},j}\delta_x u_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\left|u_{i+\frac{1}{2},j}\right|h}{2}\cdot\delta_{xx}u_{i+\frac{1}{2},j}$$

ただし，$\delta_x u$ と $\delta_{xx} u$ は，それぞれ，近傍点局所選点法にて求めた 1 階微分および 2 階微分を表す． ⇐

近傍点局所選点法（NPLC 法）



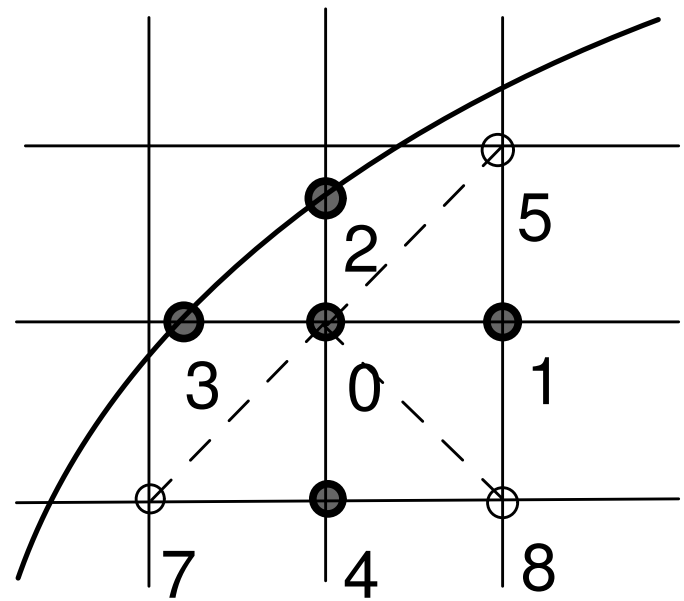


Fig. 13 Spacial point relationship for NPLC

物理量 f を以下の式にて近似する．

$$f(x,y) = f_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy$$

⇐

境界条件

$n = (n_x, n_y)$ を単位法線ベクトルとする．境界で no-slip 条件が与えられる場合，圧力に対しては以下の条件が課せられる．

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\partial p}{\partial x} n_x + \frac{\partial p}{\partial y} n_y = 0$$

このとき，$n_x \neq 0$ かつ $n_y \neq 0$ ならば，基礎方程式と組み合わせると，以下の式が得られる．

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \left\{ F_u - \frac{\partial u}{\partial t} St - \frac{n_y}{n_x} \left(F_v - \frac{\partial v}{\partial t} St \right) \right\}$$

$\Leftarrow$