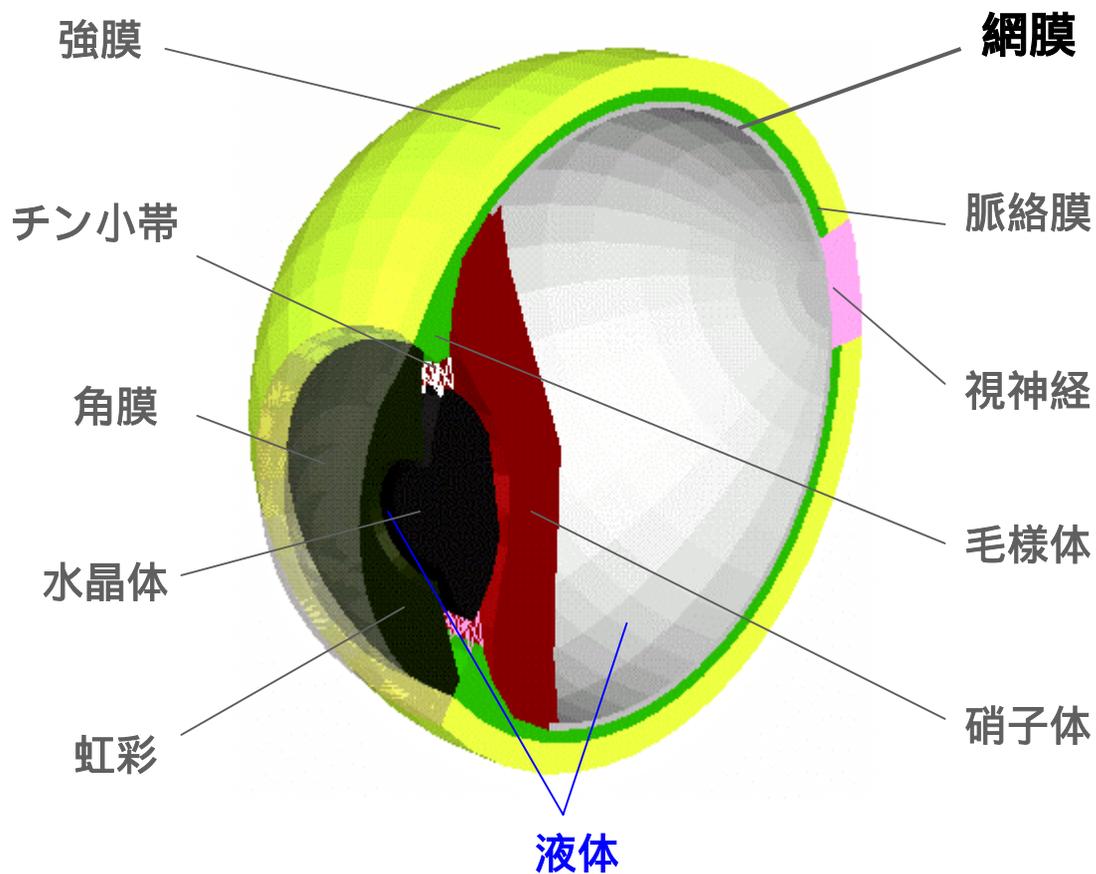


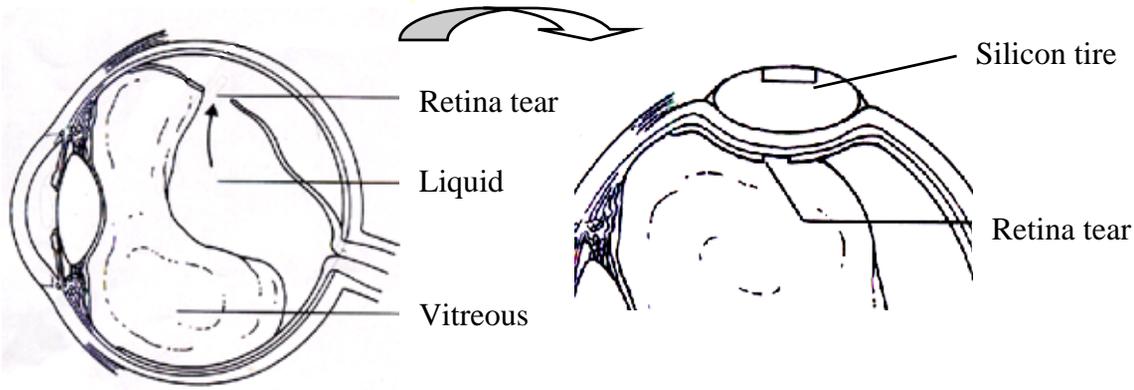
臨床治療支援を目指した眼球網膜剥離手術シミュレータのための 3次元FEMプログラムの開発

孫 智剛 (先端力学シミュレーション研究所・理研)
牧野内昭武 (理研)
矢部比呂夫 (東邦大)

眼球の構造

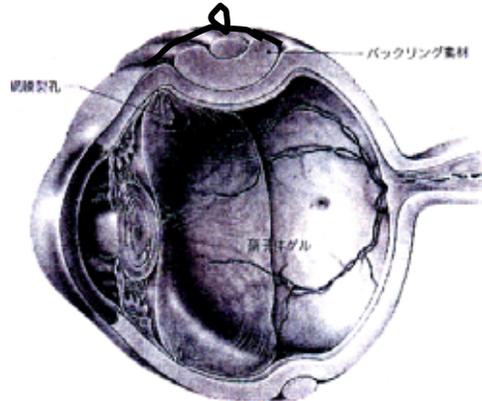


眼球バックリング手術



部分バックリング手術

輪状バックリング手術



手術の写真



眼球バックリング手術の数値シミュレーションの主な難点

- 固体軟組織の大変形、非線形力学応答の解析
- 固体軟組織と液体組織の連成解析
- 変形体同士の接触解析
(軟組織同士、軟組織とバックル材、バックル材同士、縫合糸とバックル材)
- 眼球を締め付ける過程の解析(輪状バックリング手術の場合のみ)
- 縫合過程の解析

プログラムの機能

● 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析

要素タイプ：8節点六面体混合型要素（1/8要素：圧力1、変位8）

境界条件：節点変位、節点力、面圧

解析モデル：複合材料モデルに対応

材料モデル：
$$W = \sum_{r,s \geq 0} c_{rs} (I_1 - 3)^r (I_2 - 3)^s$$

● 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析

同時に扱える液体閉領域数：最大90

● 変形体同士接触解析

対応する接触状態：すべり、固着

同時に扱える接触面ペア数：最大100

● 変形体と剛体の接触解析

対応する接触状態：すべり

剛体表面の表現方法：3角形メッシュ

同時に利用できる剛体数：最大50

剛体移動方向：方向ベクトルにより任意指定

● 眼球を締め付ける過程の解析

バックル材の扱い方：剛体、変形体

● 縫合過程の解析

バックル材の扱い方：剛体、変形体

縫合系の要素タイプ：軸方向引っ張り剛性のみを持つ線形弾性バー要素

● バックル材モデルの対話形式入力

● 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

縫合幅、縫合角度：任意

縫合系の本数：任意

縫合系を表現するバー要素数：任意

主な解析方法

- **非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析**
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析

Total Lagrange 定式化に基づく混合型有限要素法

全ポテンシャルエネルギー汎関数:

$$\Phi = \int_{V_0} [W(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + 2\lambda(J-1)]dV - g(u)$$

↓ 停留条件

$$\delta\Phi = \int_{V_0} [\partial W / \partial \varepsilon_{ij} + 2\lambda(\partial J / \partial \varepsilon_{ij})]\delta\varepsilon_{ij}dV + \int_{V_0} 2(J-1)\delta\lambda dV - (\partial g / \partial u)\delta u = 0$$

↓

全体離散化方程式

$$\begin{cases} f_{ij}(u_{11}, u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = r_{ij}^0 \\ f_l(u_{11}, u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}) = 0 \\ i=1, \dots, n \quad j=1, 2, 3 \quad l=1, \dots, m \end{cases}$$

↓ Taylor 展開

全体剛性方程式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_u^{i-1} & \mathbf{K}_\lambda^{i-1} \\ \mathbf{K}_\lambda^{i-1T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^i \\ \Delta \lambda^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \mathbf{U}^{i-1} \\ \mathbf{F} \lambda^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

I_1, I_2 : reduced invariants of the right Cauchy-Green deformation tensor
 λ : Lagrange multiplier
 J : determinant of Jacobian matrix

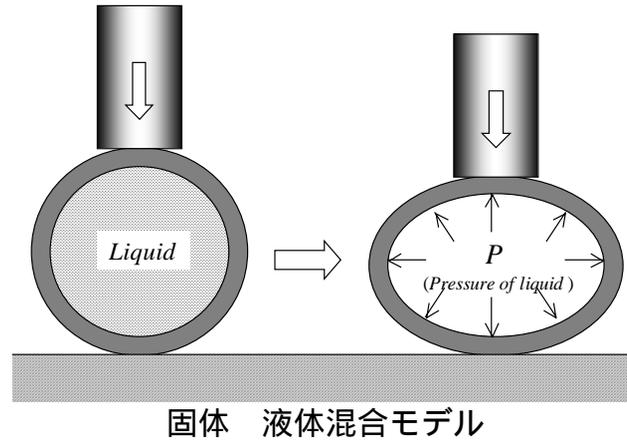
ε_{ij} : Green-Lagrangian strain
 u_{nk} : node displacement
 V_0 : volume of deformed body in the reference configuration
 $g(u)$: potential energy of external force

主な解析方法

- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析

一種の強連成解法



変形中の液体圧力

$$P = P_{ini} + \Delta P = P_{ini} - K \frac{V - V_{ini}}{V_{ini}}$$

液体圧力の等価節点力

$$\mathbf{r}_e = \int_{s_0} \Phi^T P \mathbf{J} \mathbf{F}^{-T} \mathbf{n}_0 dS \quad J = \det \mathbf{F}$$

$$\begin{cases} f_{i_j}(u_{11}, u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = r_{i_j}^0 \\ f_{i_2j}(u_{11}, u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = r_{i_2j}^0 + \underline{r_{i_2j}(P)} \\ f_l(u_{11}, u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}) = 0 \\ \underline{p - (p_{ini} + \Delta p (u_{11}^{IS}, u_{12}^{IS}, u_{13}^{IS}, \dots, u_{k1}^{IS}, u_{k2}^{IS}, u_{k3}^{IS})) = 0} \end{cases}$$

$$i_1 = 1, \dots, n-k \quad i_2 = 1, \dots, k \quad j = 1, 2, 3 \quad l = 1, \dots, m$$



連成解析のための剛性方程式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_u^{i-1} & \mathbf{K}_\lambda^{i-1} & \mathbf{K}_{p \ 1}^{i-1} \\ \mathbf{K}_\lambda^{i-1T} & \mathbf{0} & \\ \mathbf{K}_{p \ 2}^{i-1} & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^i \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^i \\ \Delta P^{L^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \mathbf{U}^{i-1} \\ \mathbf{F} \boldsymbol{\lambda}^{i-1} \\ \mathbf{F} P^{L^{i-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

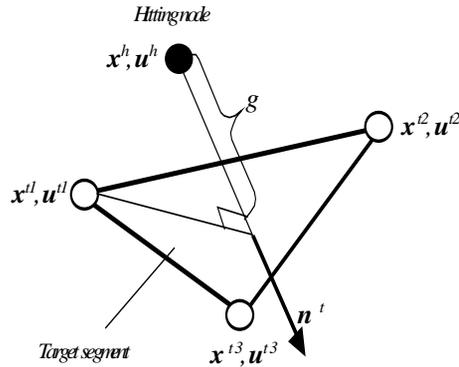
: 3×12 Matrix, \mathbf{F} : deformation gradient, \mathbf{n}_0 : inward normal vector, s_0 : element area, P : liquid pressure, P_{ini} : initial liquid pressure, V : liquid volume V_{ini} : initial liquid volume.

主な解析方法

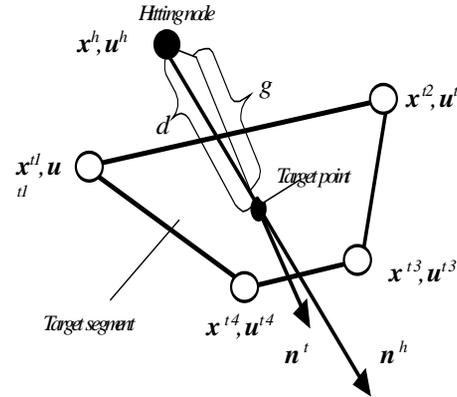
- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

変形体同士の接触解析

Penalty定数法



(a) master surfaceが3角形要素で表現される場合



(b) master surfaceが4辺形要素で表現される場合

接触状態におけるHitting node とTarget segment

全ポテンシャルエネルギー汎関数

$$\Phi_c = \Phi + \frac{1}{2} \alpha C^2 \quad (C = g \text{ for sliding state} \\ d \text{ for sticking state})$$

$$\delta\Phi_c = \delta\Phi + \delta\left(\frac{1}{2} \alpha C^2\right) = \delta\Phi + \delta\mathbf{u}_c^T \cdot (\alpha C \mathbf{D}) \\ = \delta\Phi + \delta\mathbf{u}_c^T \cdot \mathbf{f}_c$$

変形体同士接触解析のための剛性方程式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_u^{i-1} + \mathbf{K}_{u_c}^{i-1} & \mathbf{K}_\lambda^{i-1} \\ \mathbf{K}_\lambda^{i-1T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{U}^i \\ \delta\lambda^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}\mathbf{U}^{i-1} + (\mathbf{F}\mathbf{U})_c^{i-1} \\ \mathbf{F}\lambda^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Hitting nodeのTarget segmentへの食い込み量
またはHitting node と Target pointの間の距離

$$g = (\mathbf{x}^h - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^t \quad (\text{for triangular element})$$

$$g = (\mathbf{x}^h - \mathbf{x}^t) \cdot \mathbf{n}^h \quad (\text{for quadrilateral element})$$

$$d = |\mathbf{x}^h - \mathbf{x}^t| \quad (\text{only for quadrilateral element})$$

$$\delta\mathbf{u}_c^T = (\delta u_x^h, \delta u_y^h, \delta u_z^h, \delta u_x^1, \delta u_y^1, \delta u_z^1, \delta u_x^2, \delta u_y^2, \delta u_z^2, \delta u_x^3, \delta u_y^3, \delta u_z^3)^T \quad (\text{for triangular element})$$

$$\delta\mathbf{u}_c^T = (\delta u_x^h, \delta u_y^h, \delta u_z^h, \delta u_x^1, \delta u_y^1, \delta u_z^1, \delta u_x^2, \delta u_y^2, \delta u_z^2, \delta u_x^3, \delta u_y^3, \delta u_z^3, \delta u_x^4, \delta u_y^4, \delta u_z^4)^T \quad (\text{for quadrilateral element})$$

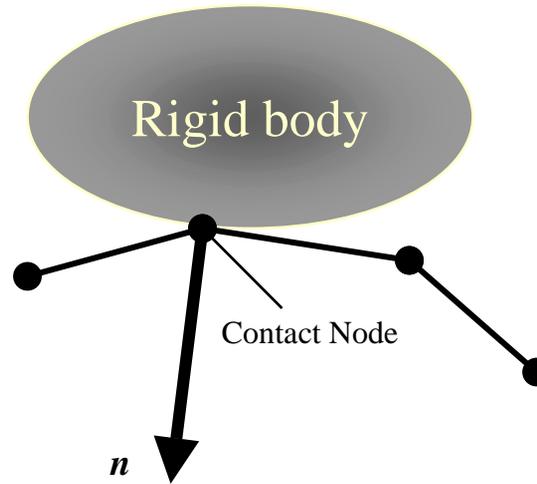
\mathbf{D} : 12 × 1 matrix for triangular element ; 15 × 1 matrix for quadrilateral element

主な解析方法

- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

変形体と剛体の接触解析

Penalty定数法



剛体と接触している節点

全ポテンシャルエネルギー汎関数:

$$\Phi_c = \Phi + \frac{1}{2} \alpha (u_{n_i}^N - u^{cd}_i)^2$$

$$u^{cd}_i = u_{n_{i-1}}^N + \Delta u_{n_i}^R$$

i : 現計算ステップ数

n : 接触位置での剛体表面の法線ベクトル

$u_{n_i}^N$: 接触節点の現ステップの n 方向におけるトータル節点変位

$u_{n_{i-1}}^N$: 接触節点の前ステップの n 方向におけるトータル節点変位

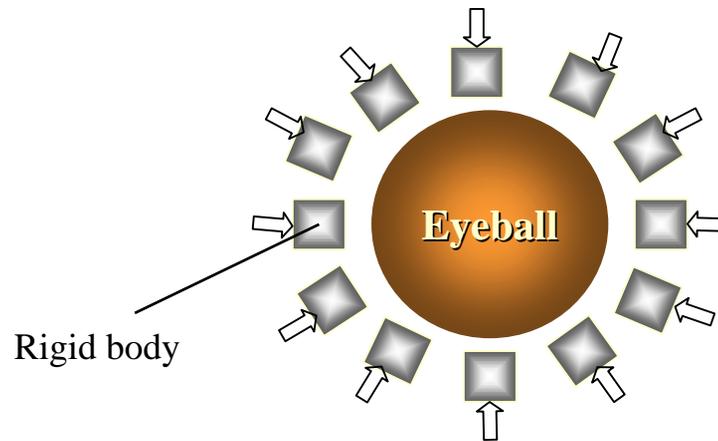
$\Delta u_{n_i}^R$: n 方向における剛体のステップ変位増分

主な解析方法

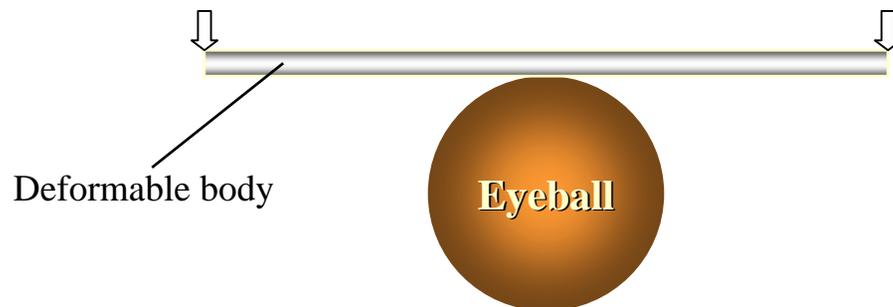
- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

眼球を締め付ける過程の解析

シリコンバンドとシリコンタイヤを数多くの剛体の集合体とし、
それぞれの剛体を眼球の半径方向に移動させる手法



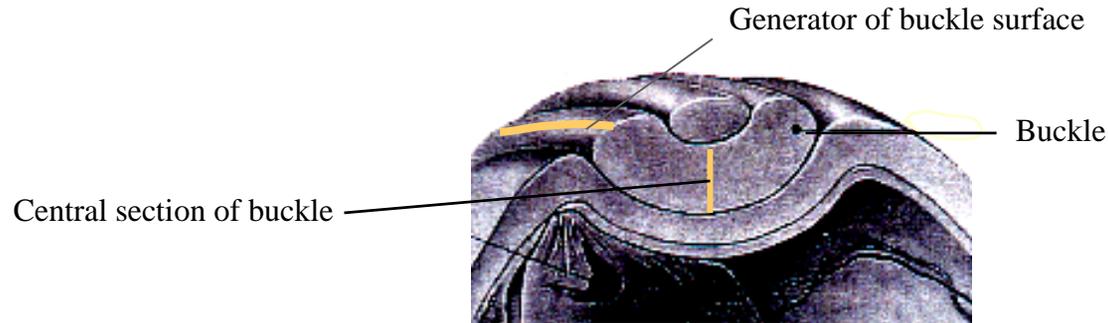
シリコンバンドとシリコンタイヤを実際の変形体とし、
シリコンバンドの先端に変位の境界条件を与える手法



主な解析方法

- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

縫合過程の解析



バックル材を剛体として扱う場合

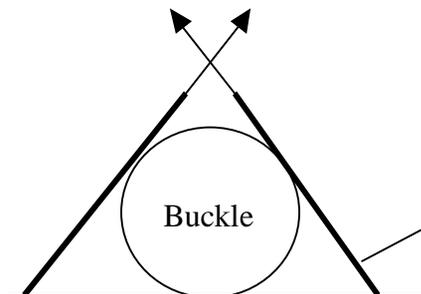
- 1) 縫合糸を一つのバー要素のみで表現する .
- 2) 縫合糸の先端にバックル表面母線に垂直でかつバックル材表面に接するような接点力あるいは節点変位を与える .

バックル材を変形体として扱う場合

- 1) 縫合糸を十分な数のバー要素で表現する .
- 2) 縫合糸の先端にバックル材の中央面に垂直する節点力を与える .

3) 節点力あるいは節点変位の方向は計算ステップ毎に自動的に探索し更新される .

Nodal displacement or nodal force

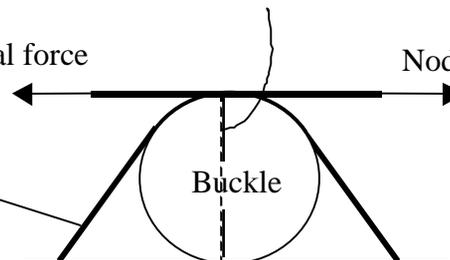


Suture string

Central section of buckle

Nodal force

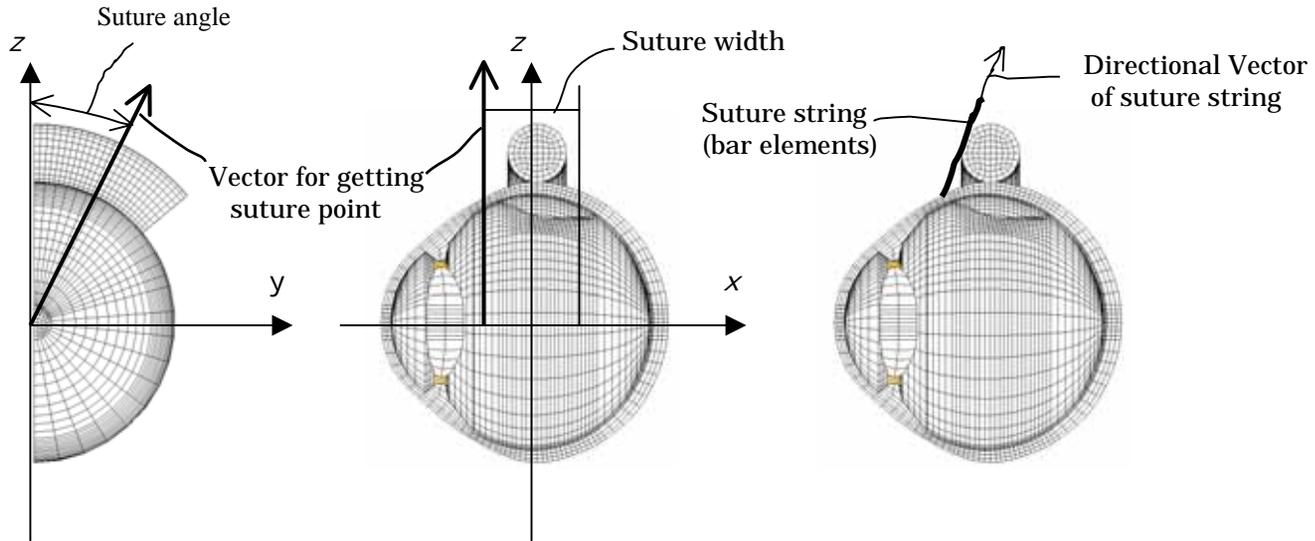
Nodal force



主な解析方法

- 非圧縮性超弾性体の大変形、非線形力学応答の解析
- 非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析
- 変形体同士接触解析
- 変形体と剛体の接触解析
- 眼球を締め付ける過程の解析
- 縫合過程の解析
- 縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成

縫合幅、縫合角度の指定による縫合系の自動生成



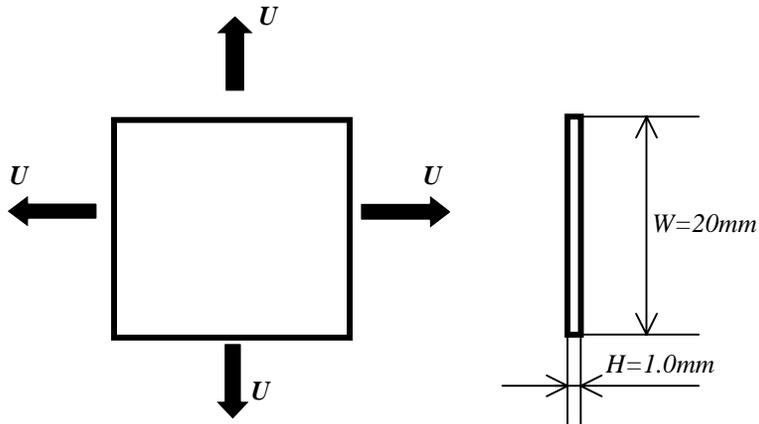
- 1) 指定された縫合系の本数、縫合幅、縫合角により定義したベクトルと眼球表面(四辺形要素で表現)との交点(縫合点)を求める。
このように得られた縫合点は解析要素の節点に限らない。
- 2) 求められた各縫合点を通しバックル材表面の母線に垂直でかつバックル材表面に接するようなベクトルを求める。
- 3) 縫合系の長さを自動的に決めたと上, 1)2)に基づいて各縫合系を表現するバー要素を生成する。

検証解析およびそれ以外の解析例

バックリ材

- 検証解析
- それ以外の解析例

検証解析1(2軸引っ張りを受ける四辺形薄板の解析)



2軸引っ張りを受ける四辺形薄板の解析

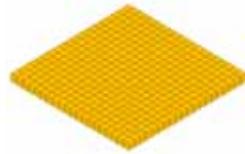
理論解

変形中における引っ張り力：

$$F_{theory} = 2A\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^5}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right)$$

：引っ張り方向の伸長比

検証解析1(2軸引っ張りを受ける四辺形薄板の解析)

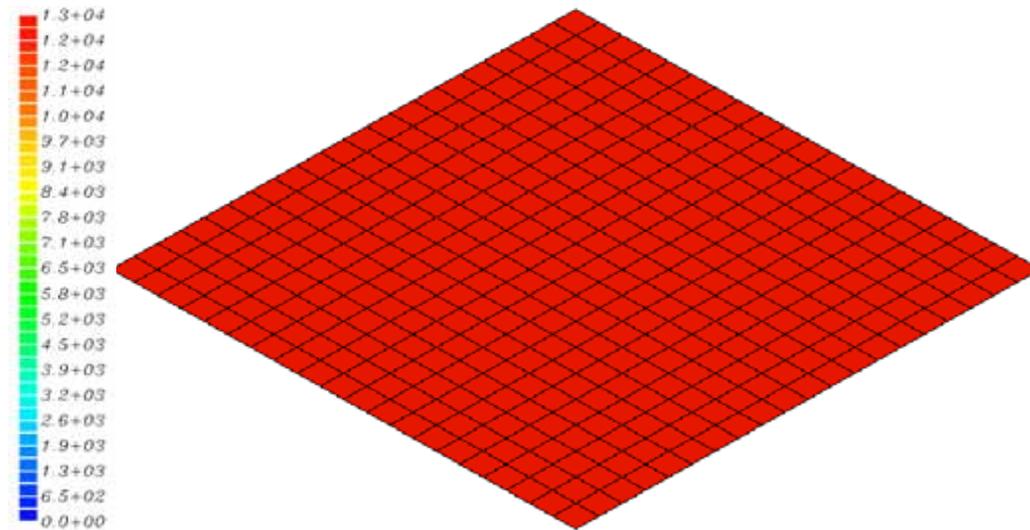


解析モデル

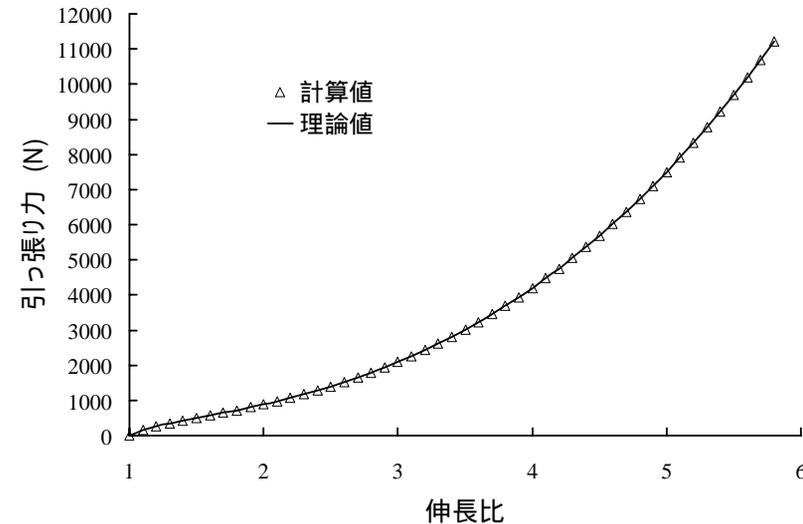
(1/4の解析領域, 800個六面体要素,
Moony - Livlingの超弾性材料モデル: $W=25(I_1-3)+5(I_2-3)$)



引っ張り方向の真応力(MPa)

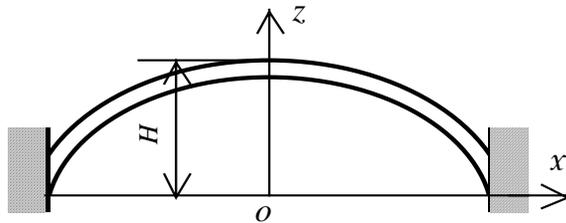
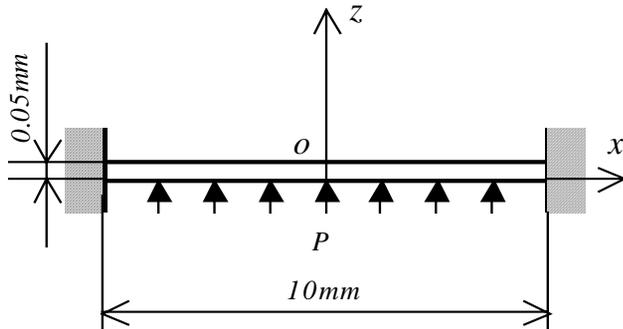


伸長比が5.8の時の引っ張り方向真応力分布の計算結果



引っ張り力の計算値と理論解の比較

検証解析2 (面圧を受ける薄い円板の解析)



面圧を受ける薄い円板

理論解

変形中における面圧：

$$P_{theory} = \frac{4h}{r} \left(1 - \frac{1}{\lambda^6}\right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right)$$

変形中における頂点での半径方向の真応力：

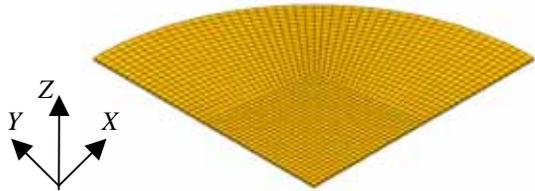
$$\sigma_{theory} = \frac{P_{theory} r \lambda^2}{2h}$$

h : 円板の初期厚さ

r : 頂点での曲率半径

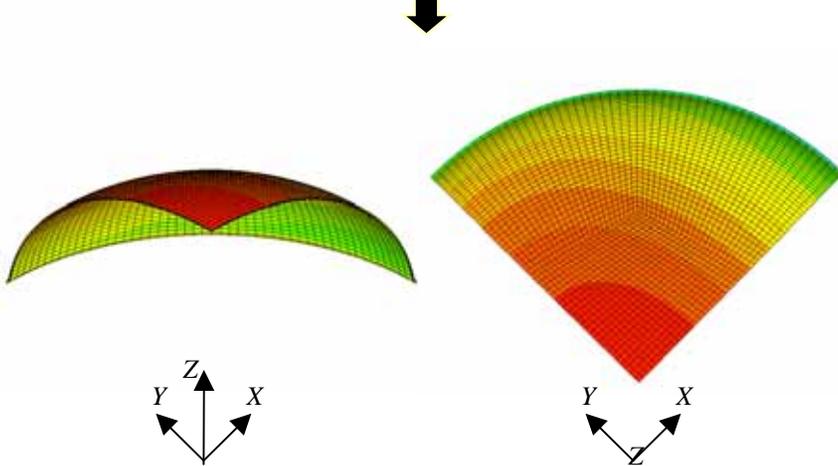
λ : 頂点での半径方向の伸長比

検証解析2 (面圧を受ける薄い円板の解析)

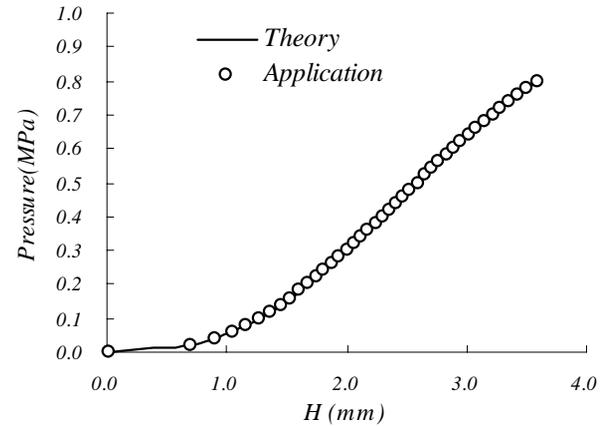


解析モデル

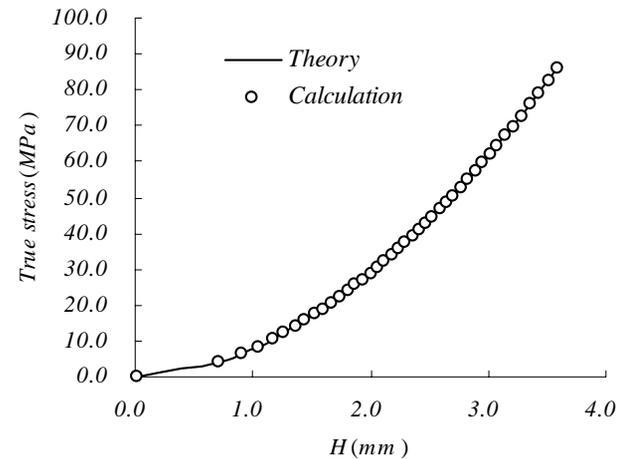
(実際の円板の1/4の解析領域, 3250個六面体要素,
Moony - Livingの超弾性材料モデル: $W=25(I_1-3)+5(I_2-3)$)



作用させた面圧が0.8MPaに達した時の
x方向真応力分布の計算結果



実際に作用させた面圧と面圧の理論解との比較

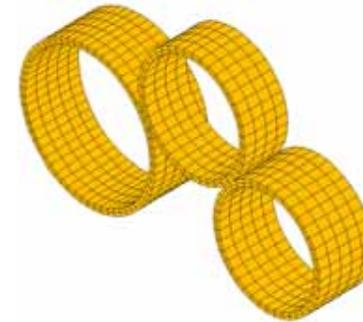
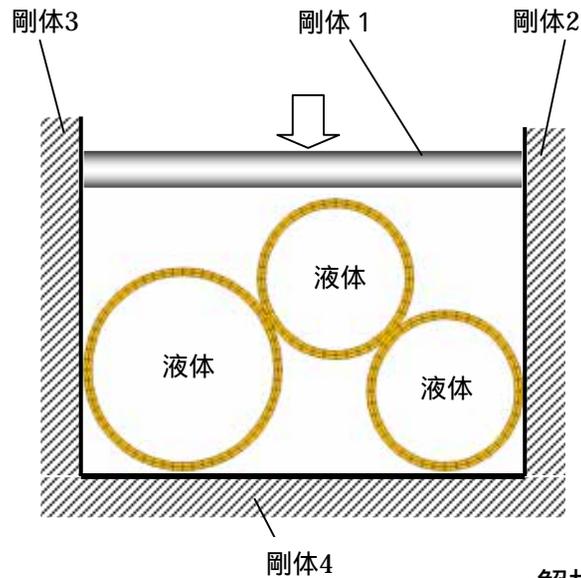


円板頂点での半径方向真応力の計算解と理論解の比較

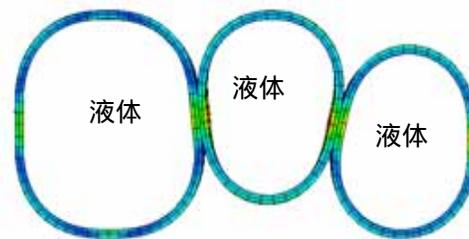
検証解析およびそれ以外の解析例

- 検証解析
- それ以外の解析例

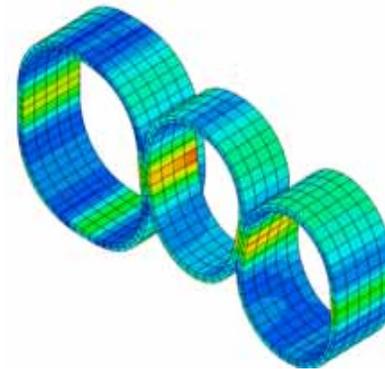
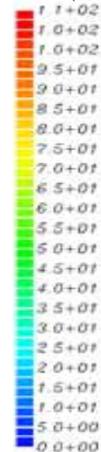
解析例1(液体を充満した複数のパイプを圧縮する解析)



解析モデル

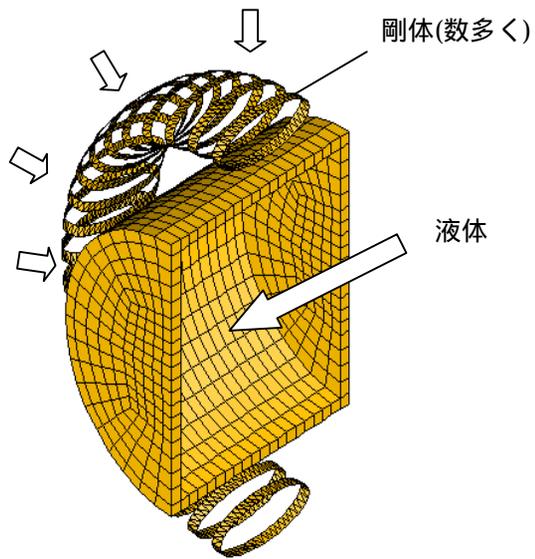


Mises stress(MPa)



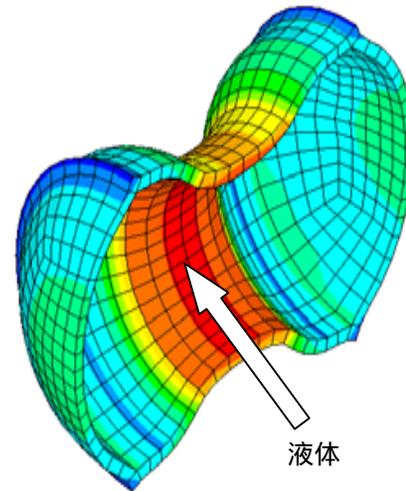
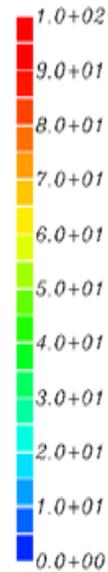
解析結果

解析例2(液体を充満した円筒容器を締め付ける解析)



解析モデル

Mises stress(MPa)



解析結果

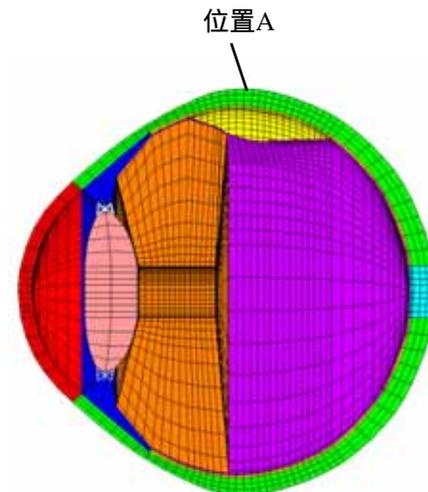
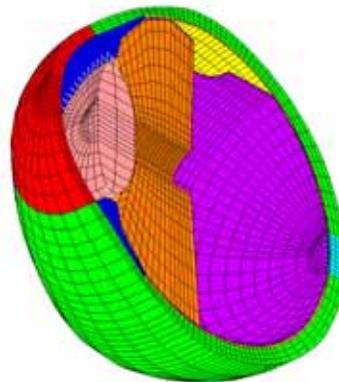
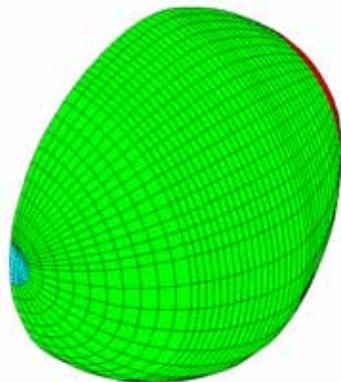
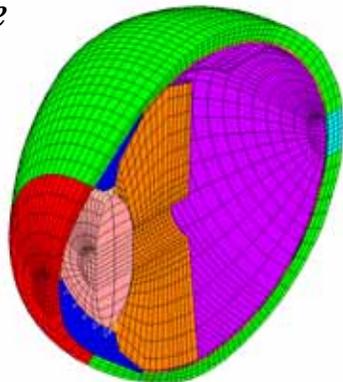
眼球バックリング手術過程のシミュレーション

- 輪状バックリング手術のシミュレーション
- 部分バックリング手術のシミュレーション

輪状バックリング手術のシミュレーション

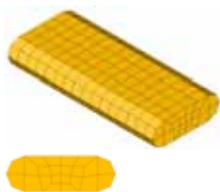
シミュレーションモデル

Tissue



眼球

(11593六面体要素、135バー要素)

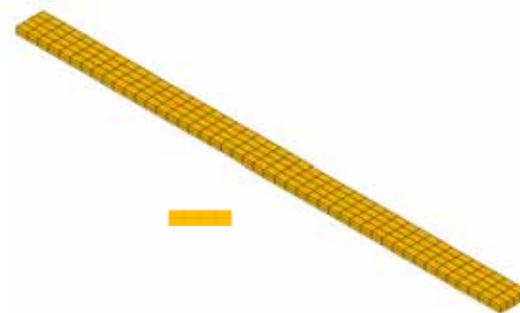


平坦型
(384六面体要素)



突起型
(496六面体要素)

シリコンタイヤ



シリコンバンド(450六面体要素)

輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション手順

- 1) 標準初期眼圧(15mmHg)を生成するための、眼球内部に面圧の境界条件をかける解析
- 2) シリコンバンドで眼球を締め付ける過程の固体 - 液体連成解析 (シリコンバンドとシリコンタイヤは変形体として扱った)
- 3) シリコンバンドとシリコンタイヤを眼球表面に縫い付ける過程の固体 - 液体連成解析 (計算時間節約のために、シリコンバンドとシリコンタイヤを剛体とした)

輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション条件

軟組織とバックル材の材料定数(MPa)

	角膜	強膜	毛様態	脈絡膜	網膜	視神経	硝子体	水晶体	タイヤ	バンド
c	0.0333	0.0833	0.01	0.0083	0.0008	0.05	0.0002	10.0	1.0	1.0

neo-Hookean material model: $W = c (I_1 - 3)$

Young's modulus of Zinn's zonule: 100MPa

Liquid buck modulus: 2083.3MPa

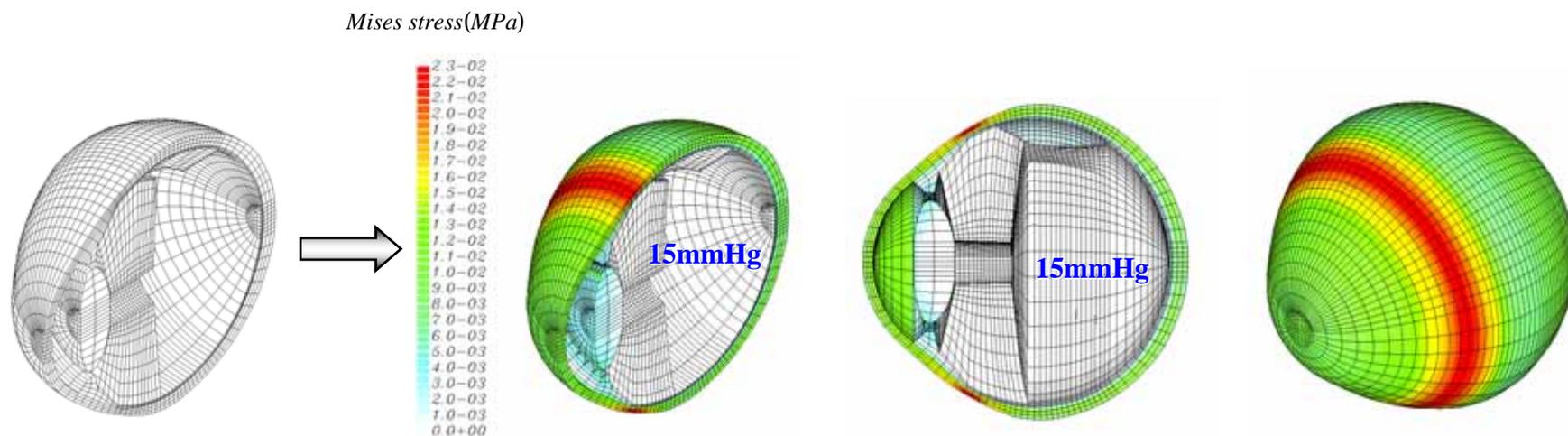
各ケースの計算条件

	タイヤ形状	縫合幅	締め付け強さ	タイヤ設置位置	縫合強さ
Case1	平坦型	9.00mm	弱	A	同
Case2	突起型	9.00mm	弱	A	同
Case3	突起型	7.80mm	弱	A	同
Case4	突起型	9.00mm	強	A	同

輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

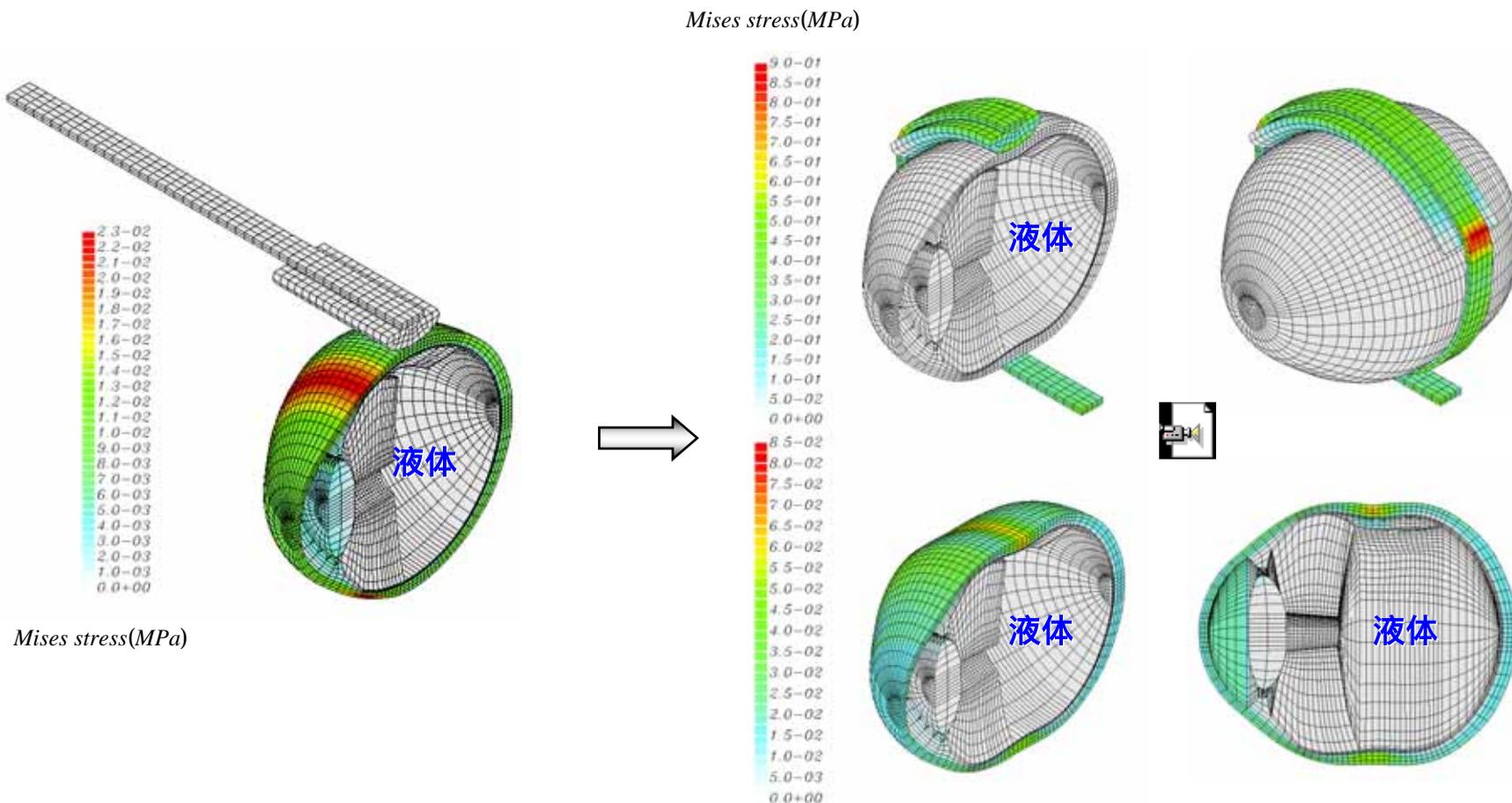
(case4, 第1ステップ)



輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

(case4, 第2ステップ)

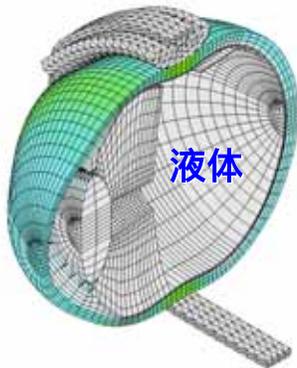
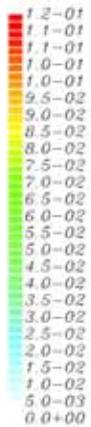


輪状バックリング手術のシミュレーション

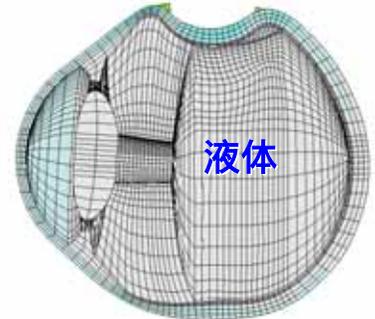
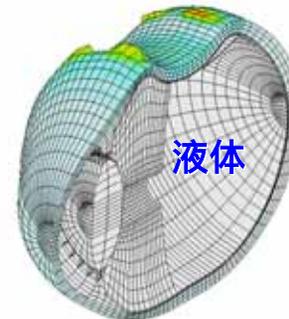
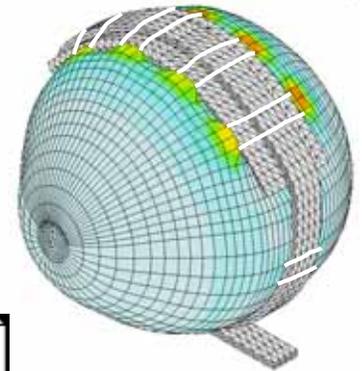
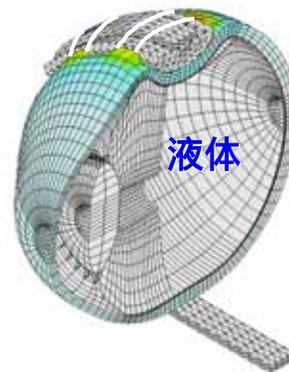
シミュレーション結果

(case4, 第3ステップ)

Mises stress(MPa)



Mises stress(MPa)

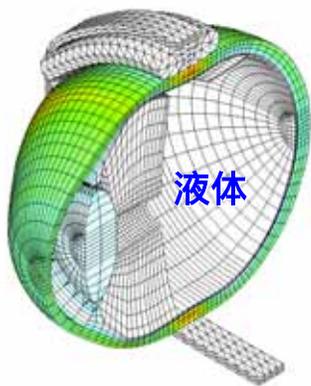
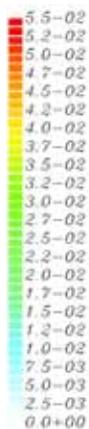


輪状バックリング手術のシミュレーション

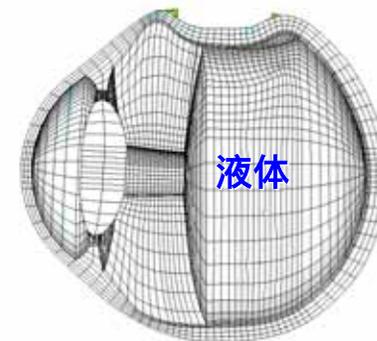
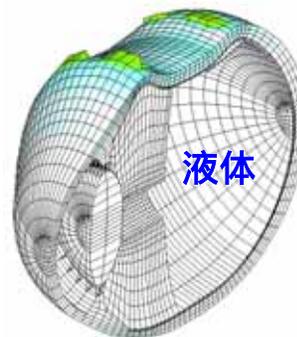
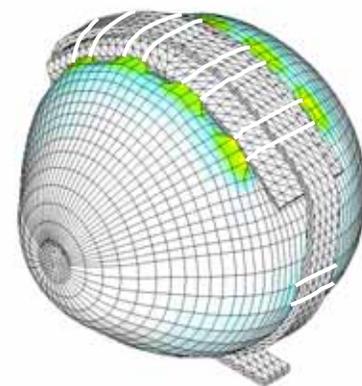
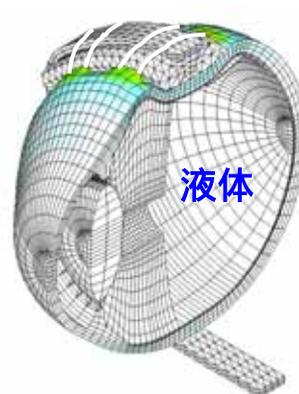
シミュレーション結果

(case1, 第3ステップ)

Mises stress(MPa)



Mises stress(MPa)

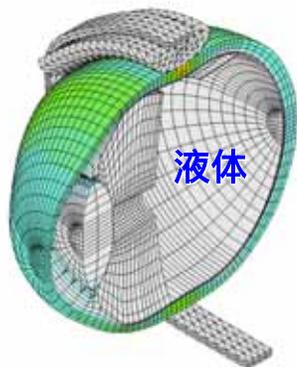
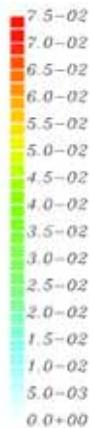


輪状バックリング手術のシミュレーション

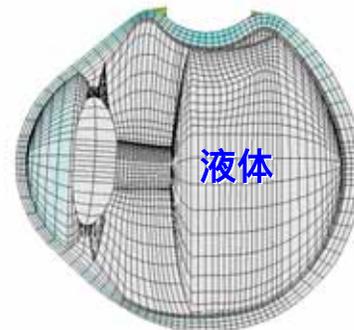
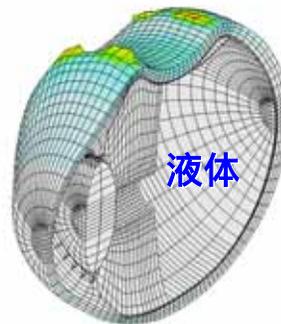
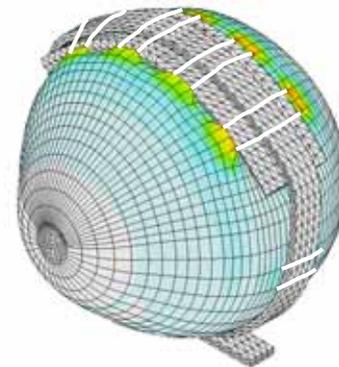
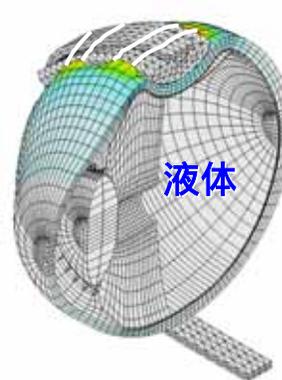
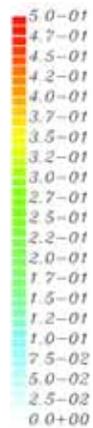
シミュレーション結果

(case2, 第3ステップ)

Mises stress(MPa)



Mises stress(MPa)

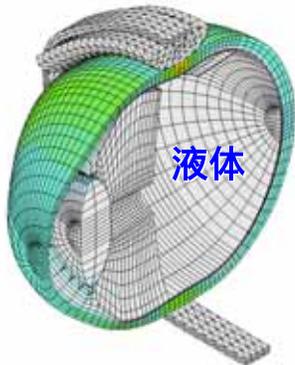


輪状バックリング手術のシミュレーション

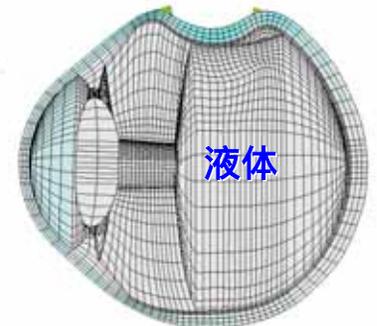
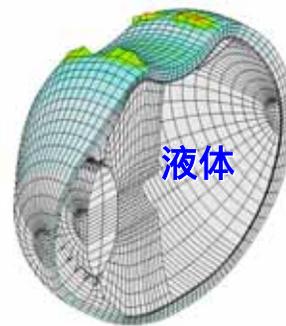
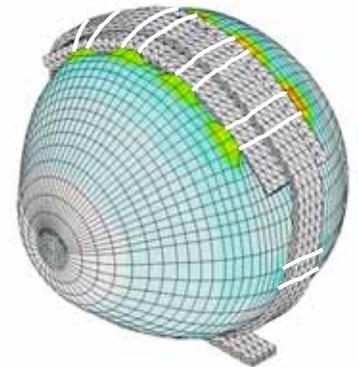
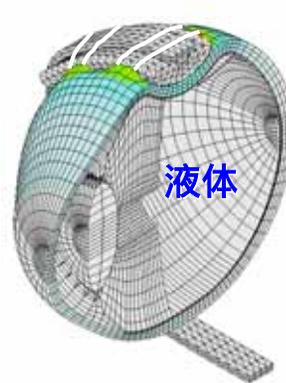
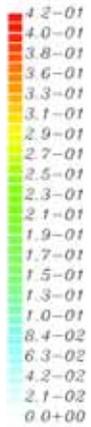
シミュレーション結果

(case3, 第3ステップ)

Mises stress(MPa)



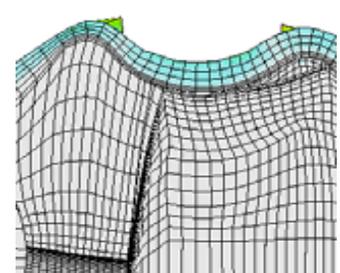
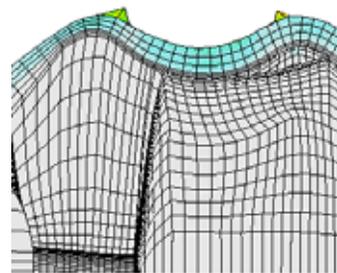
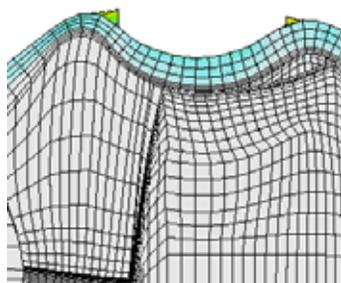
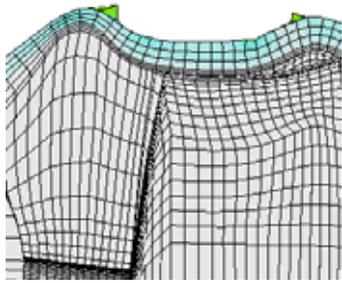
Mises stress(MPa)



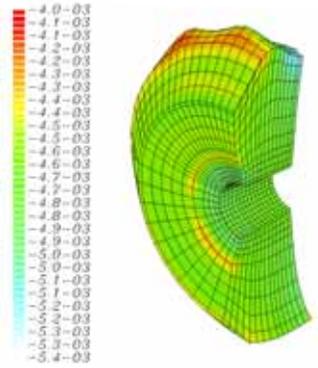
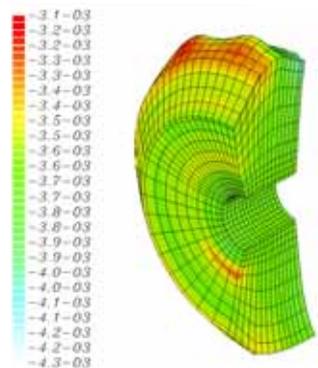
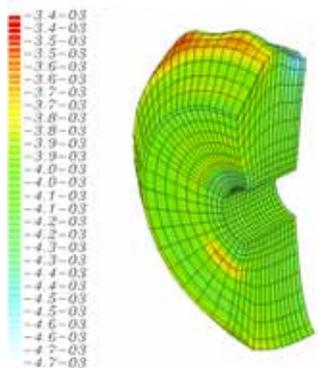
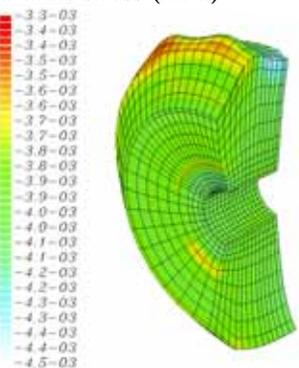
輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

(縫合を施した時点での締結部の様子および硝子体静水圧応力分布の比較)



Hydraulic stress (MPa)



case1

(平坦型、9.0mm、弱)

case2

(突起型、9.0mm、弱)

case3

(突起型、7.8mm、弱)

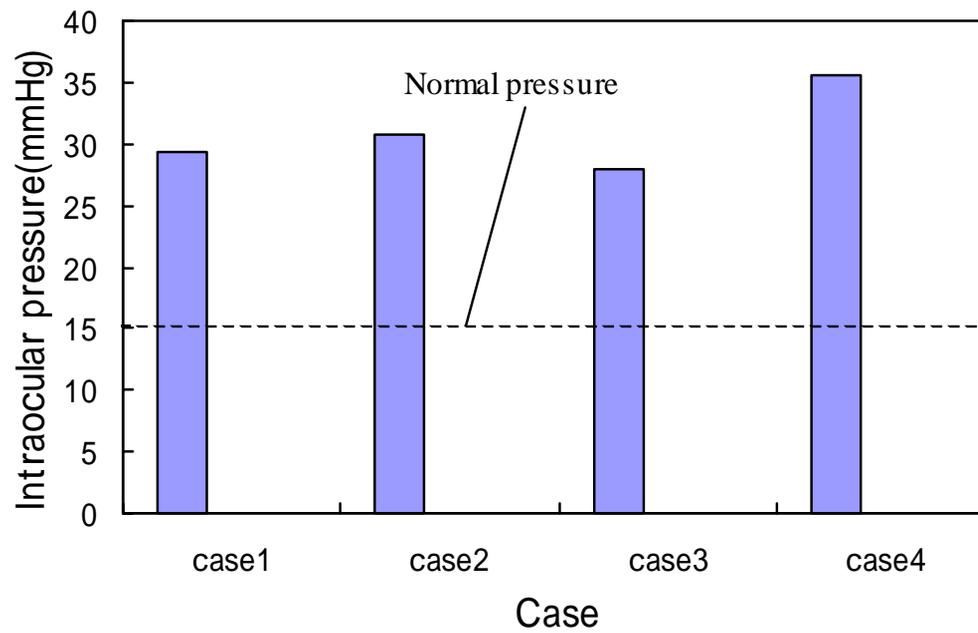
case4

(突起型、9.0mm、強)

輪状バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

(各ケースの縫合を施した時点での眼圧)



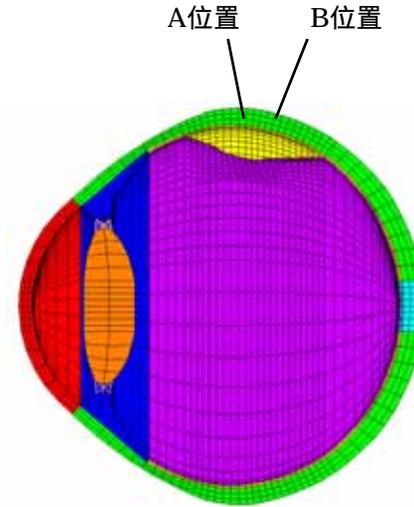
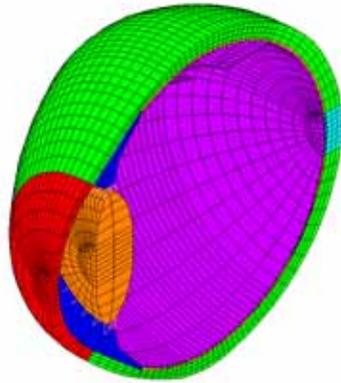
眼球バックリング手術過程のシミュレーション

- 輪状バックリング手術のシミュレーション
- 部分バックリング手術のシミュレーション

部分バックリング手術のシミュレーション

シミュレーションモデル

Tissue



眼球

(7849六面体要素 , 135バー要素)



シリコンスポンジ

(2175六面体要素 , 直径 : 5mm)

部分バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション手順

- 1) 標準初期眼圧(15mmHg)を生成するための、眼球内部に面圧の境界条件をかける解析
- 2) シリコンバンドとシリコンタイヤを眼球表面に縫い付ける過程の固体 液体連成解析 (ここでシリコンスポンジを变形体とした)

部分バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション条件

軟組織とバックル材の材料定数(MPa)

	角膜	強膜	毛様態	脈絡膜	網膜	視神経	水晶体	スポンジ
c	0.0333	0.0833	0.01	0.0083	0.0008	0.05	10.0	0.1

neo-Hookean material model: $W = c (I_1 - 3)$

Young's modulus of Zinn's zonule: 100MPa

Liquid buck modulus: 2083.3MPa

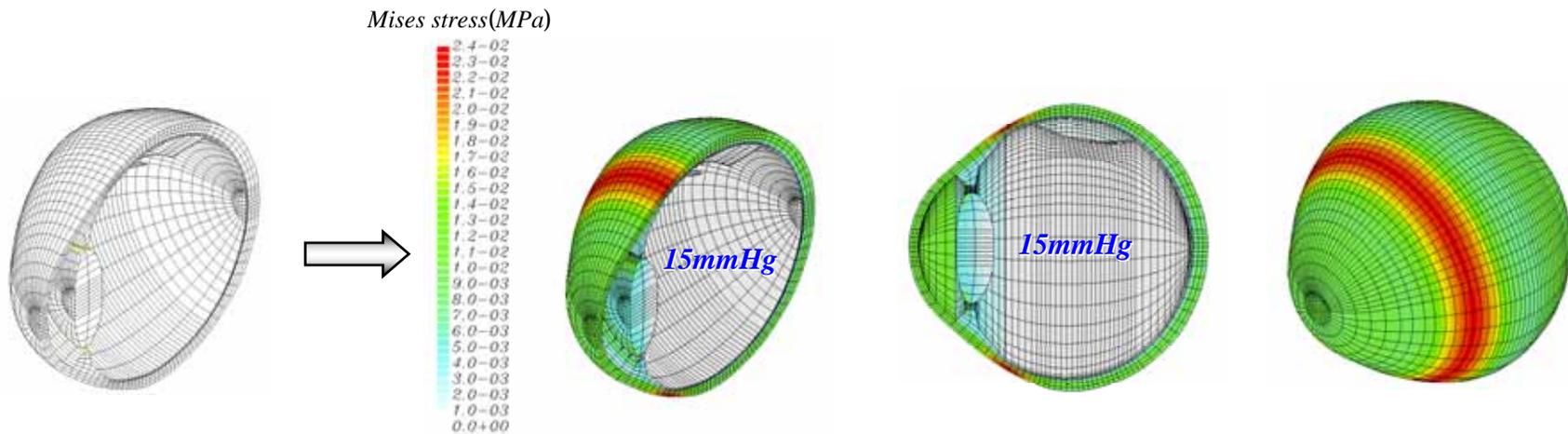
各ケースの計算条件

	スポンジ形状	縫合幅	スポンジ設置位置	縫合強さ
Case5	同	8.5mm	A	同
Case6	同	8.5mm	B	同

部分バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

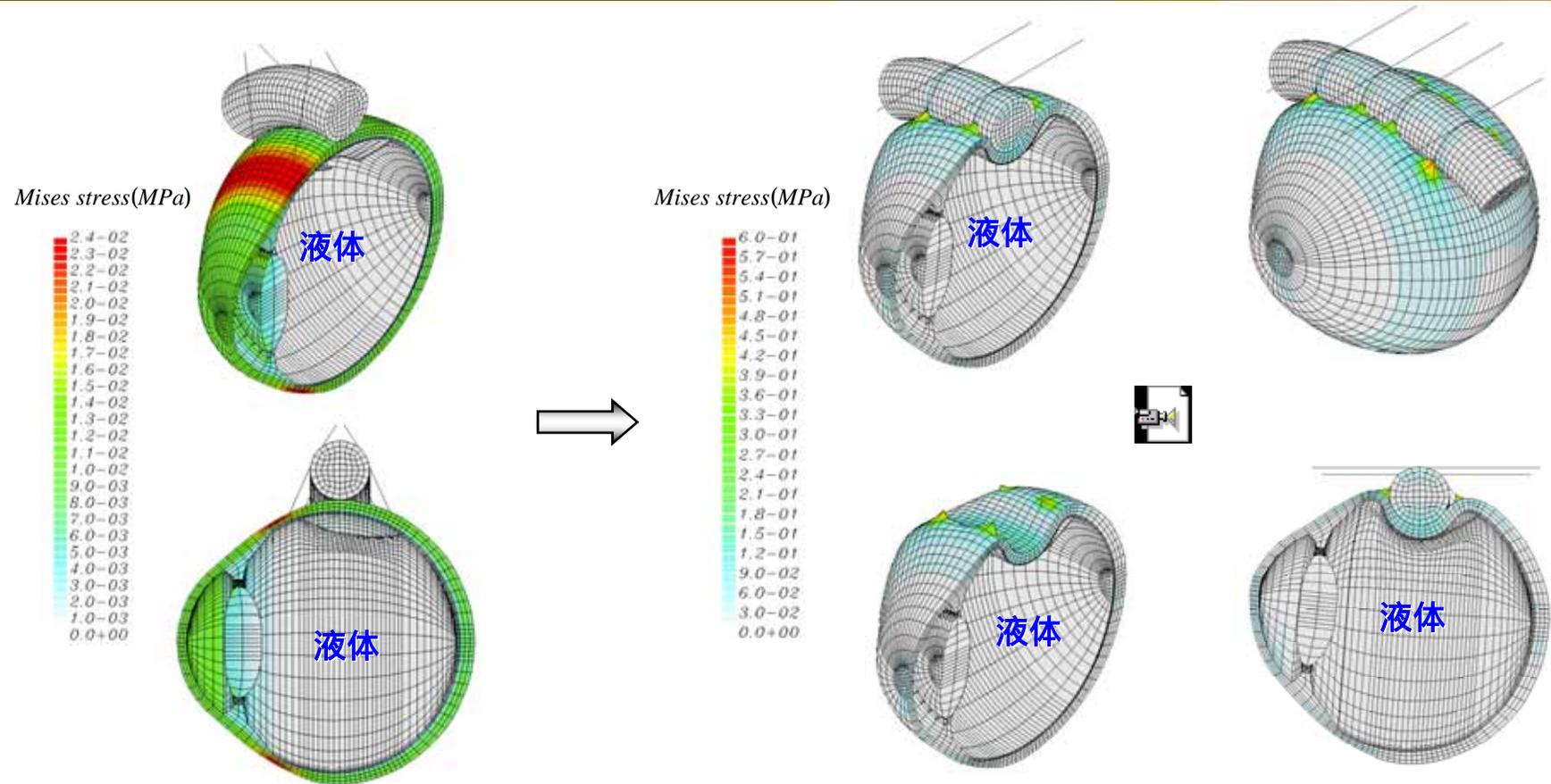
(case5, 第1ステップ)



部分バックリング手術のシミュレーション

シミュレーション結果

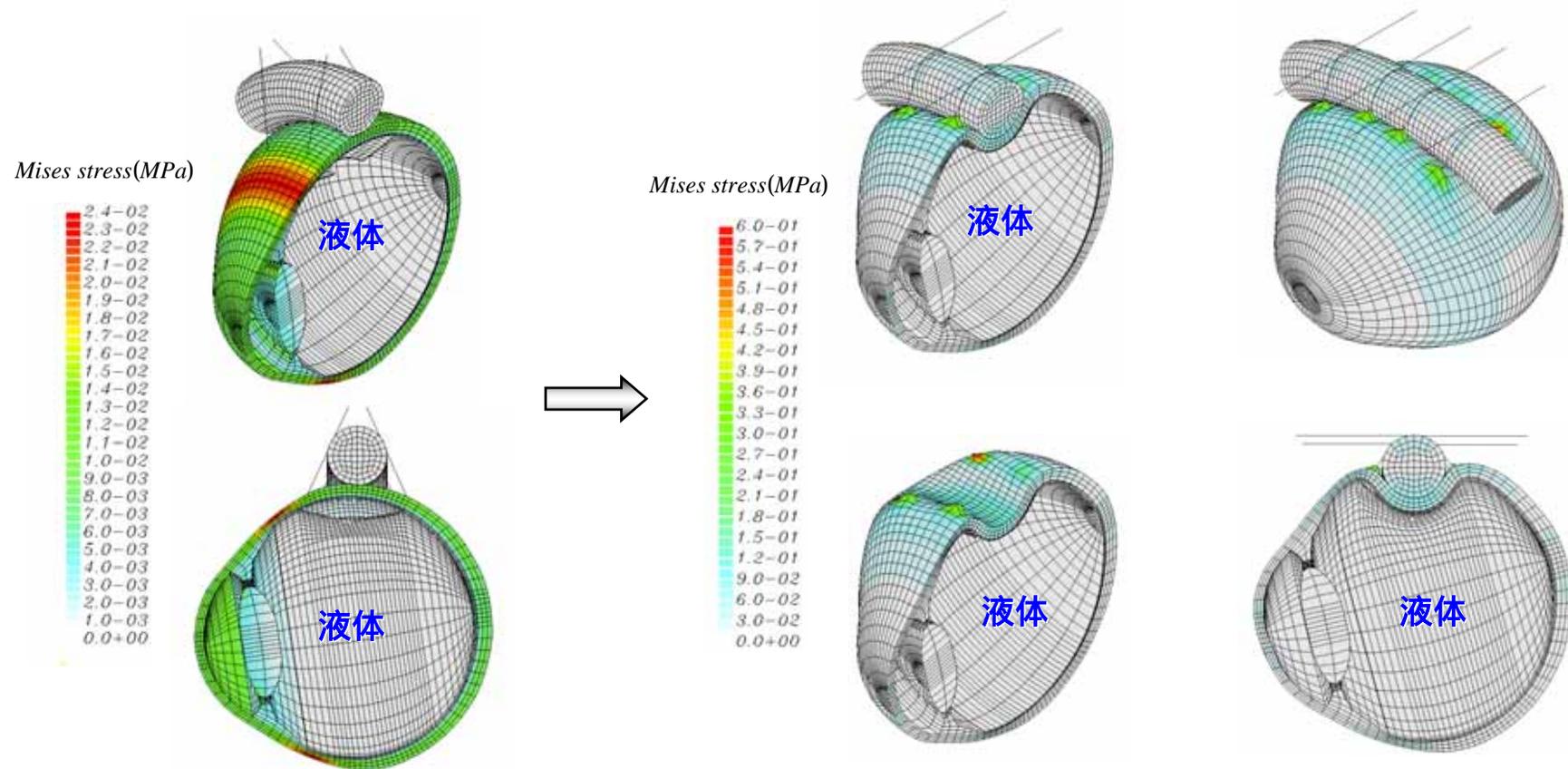
(case5, 第2ステップ)



部分バックリング手術のシミュレーション

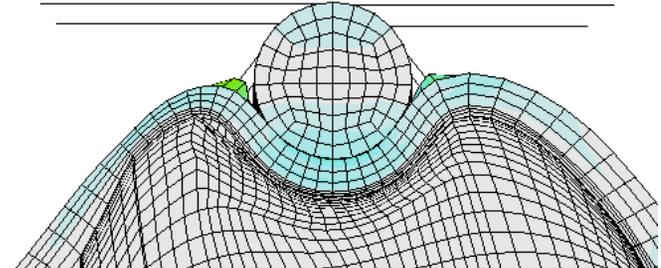
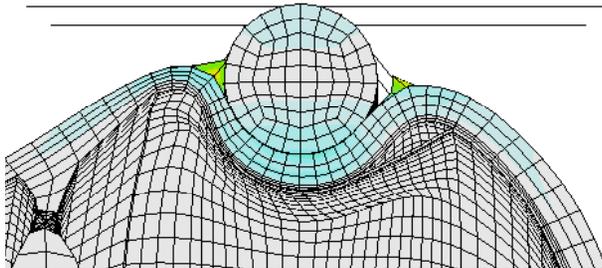
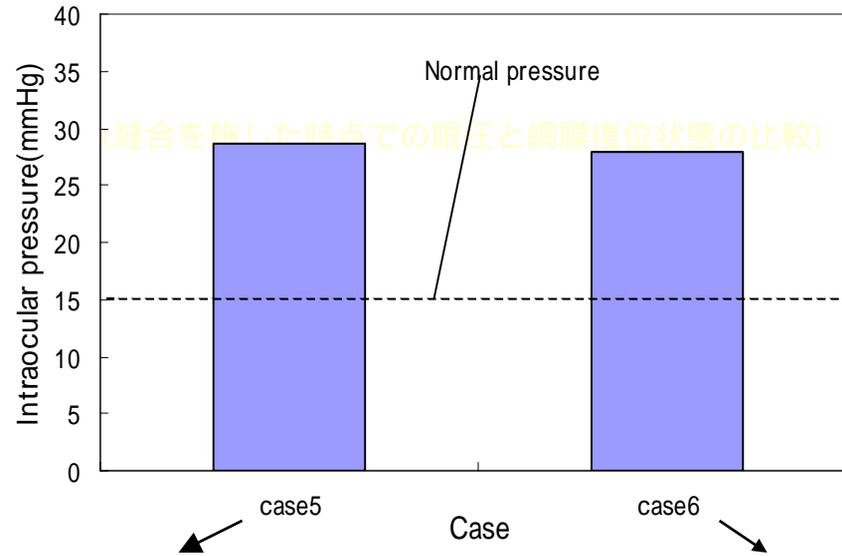
シミュレーション結果

(case6, 第2ステップ)



部分バックリング手術のシミュレーション

(各ケースの縫合を施した時点での眼圧 と 締結部の様子)



結 言

- 開発されたプログラムは 強膜 バックリング手術の数値シミュレーションに必要なすべての機能を備えており、その複雑な手術過程をそのまま通してシミュレートすることができ、また臨床手術計画に有用な各種の情報を獲得する能力を持っている。一方、検証解析により本プログラムは高い解析精度を持つことが確認された。したがって、本プログラムを核とした手術シミュレータが臨床手術支援の道具として大いに期待できる。
- 本プログラムは様々な機能を持っており、また汎用性を念頭に置いて開発されたので、眼球以外への応用も期待されている。
- 今期のプロジェクトの終了にあたり、本プログラムのバージョン1.0 を公開することになった。有効に使われることを期待している。